Concorso di ammissione ai Corsi ordinari dello IUSS
a.a. 2010/2011
Tracce della prova scritta - 8 settembre 2010

Italiano

Poesia e filosofia nell’esperienza di Giacomo Leopardi, anche alla luce delle seguenti riflessioni dello Zibaldone (26-27 giugno 1821): “E’ proprio ufficio de’ poeti e degli scrittori ameni il coprire quanto si possa la nudità delle cose, come è ufficio degli scienziati e de’ filosofi il rivelarle. Quindi le parole precise convengono a questi, e sconvengono per lo più a quelli; a dirittura l’uno a l’altro. Allo scienziato le parole più convenienti sono le più precise, ed esprimenti un’idea più nuda. Al poeta e al letterato per lo contrario le parole più vaghe, ed esprimenti idee più incerte, o un maggior numero d’idee cc. Queste almeno gl’enne esser le più care, e quelle altre che sono l’estremo opposto, le più odiose. […] La bella letteratura, e massime la poesia, non hanno che fare colla filosofia sottile, severa ed accurata; avendo per oggetto il bello, ch’è quanto dire il falso, perché il vero (così volendo il tristo fato dell’uomo) non fu mai bello. Ora, oggetto della filosofia qualunque, come di tutte le scienze, è il vero: e perciò dove regna la filosofia, quivi non è vera poesia. […] Tra questa e quella esiste una barriera insormontabile, una nemicizia giurata e mortale, che non si può né toglier di mezzo, e riconciliare, né dissimulare “.

Latino

Una delle costanti che caratterizzano la letteratura latina, e la differenziano da quella greca, viene comunemente indicata nella presenza dell’elemento soggettivo. A partire da alcuni esempi significativi scelti all’interno dei generi in cui la presenza dell’autore è più rilevante (lirica ed elegia, epistolografia, epigramma, memorialistica) riflettete sui diversi modi in cui poeti e/o scrittori in prosa parlano di sé.

Storia

8 settembre 1943.

Filosofia

Modelli di filosofia della storia da Voltaire a Hegel.
Matematica (tema)

I numeri reali: cosa sono, quanti sono, e perché sono utili.

Presentazione. Per certi versi, i numeri reali sono tra gli oggetti più irreali partoriti dalla mente umana. La grandissima maggioranza, tra essi, non può neppure essere individualmente pensata. (Qui “individualmente” è usato nel senso che “non possiamo pensare a quel preciso numero l’”). Ma allora perché esono stati introdotti (più di centocinquanta anni or sono) e perché, da allora, la gran parte delle teorie matematiche rivolte alle applicazioni vengono introdotte e sviluppate proprio nell’ambito dei numeri reali?

Fisica (tema)

Onde meccaniche, onde elettromagnetiche ed onde di materia. Discutete le principali proprietà e leggi fisiche del fenomeno della propagazione per onde. Evidenziate le analogie e differenze fra i diversi fenomeni ondulatori.

Fisica (esercizi)

1. Ricavare l’espressione della forza agente fra la terra ed il sole in funzione della loro distanza, applicando la terza legge di Keplero ed assumendo che la terra descriva un’orbita circolare attorno al sole. Quale è la proprietà fisica fondamentale di questa forza?

2. Si consideri un sistema di \( n \) palline sospese in quiete lungo una linea orizzontale \( l \) ad una distanza fissa ed ugual l’una all’altra piccola rispetto alla lunghezza dei fili di sospensione, come schematizzato in figura. La prima pallina abbia massa \( am \), la seconda massa \( d’m \), la terza \( d’m \) fino al valore finale \( d’m \). Una pallina proiettile di massa \( m \) e velocità \( v \) urta, muovendosi lungo \( l \), la prima pallina provocando una serie di urti successivi. Supponendo che le collisioni siano perfettamente elastiche, calcolare la velocità e l’energia cinetica dell’\( n \)-sima pallina. Si studi il caso in cui l’energia cinetica assume il suo valore massimo, spiegando il perché del risultato ottenuto.
3.
Una mole di gas, a temperatura ambiente, pressione $p$ e volume $V$, compie un’espansione isoterma raddoppiando il proprio volume.
Si ricavi l’espressione del lavoro svolto dal gas, assumendo il gas come ideale. Determinare inoltre la variazione di entropia, commentando il risultato.

4.
Si considerino due lunghi fili paralleli ad una distanza $d$ percorsi da correnti $i_1$ e $i_2$ con versi opposti (entrante e uscente dalla pagina, rispettivamente). Quale è l’intensità e la direzione del campo magnetico $B$ risultante nel punto $P$ mostrato in figura? Si assumano i seguenti valori: $i_1 = 15\, \text{A}$, $i_2 = 32\, \text{A}$ e $d = 5\, \text{cm}$.
Dati numerici: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\, \text{Tesla}\, \text{m}/\text{A}$.

5.
Nella descrizione quantistica dell’atomo di idrogeno, per orbite circolari dell’elettrone, il momento angolare dell’elettrone rispetto al protone assume valori discreti di modulo pari a $L_z = n\, h/(2\pi)$, dove $h$ è la costante di Planck e $n$ un numero intero.
Applicando questa condizione a considerazioni di fisica classica, ricavare i possibili raggi e le possibili energie dell’elettrone in funzione di $n$, nota la sua carica $\epsilon$ e la sua massa $m$. Discutete le proprietà dell’energia ottenuta.

6.
Illustrare in poche frasi i principali fatti sperimentali a supporto della natura ondulatoria e della natura corpuscolare della radiazione elettromagnetica.
Chimica (tema)

Il gas ideale: significato, applicazioni e limiti di un modello.

Biologia

Interazioni tra organismi viventi e ambienti: equilibri biologici, naturali e relazioni con l'avanzamento scientifico e tecnologico.
Chimica (esercizi)

1. Considerata una soluzione acquosa inizialmente a pH = 1, quale risulta il pH dopo averla diluita 1:2, cioè dopo aver raddoppiato (aggiungendo acqua) il volume di un'aliquota della soluzione? Qual è il pH dopo 5, 10, 50 diluizioni 1:2?

2. Si tracci un grafico per illustrare come dipende dalla pressione (P) il volume (V) che un grammo di azoto (N₂) occupa a 10 °C.
   a) Qual'è il comportamento asintotico per pressioni elevate e per pressioni basse?
   b) Si consideri la stessa massa (1 g) di ossigeno (O₂) alla stessa temperatura: quale è la relazione tra i due grafici? Modificando le coordinate è possibile portare i grafici a coincidere? (Se sì: in che modo? Si tratta di una coincidenza esatta o approssimata?).
   c) Rispondere alle stesse domande (b) considerando ora la sostanza acqua invece dell'ossigeno.

3. A partire dal metanolo (CH₃OH), per successive ossidazioni si ottiene formaldeide (metanal: H₂CO), acido formico (acido metanoico: HCOOH) e infine anidride carbonica.
   a) Si scrivano le formule di struttura di questi composti e si indicino il numero di ossidazione del C in ciascuno di essi.
   b) Si discuta l'esito del sistema di reazioni in difetto di ossidante, considerando come reagente il permanganato di potassio KMnO₄ (che in soluzione acida si riduce a Mn⁷⁺). Ad esempio, si indichi cosa si ottiene facendo reagire una mole di metanolo con 0,4 moli di permanganato [alcune possibili risposte sono: i) (soltanto) formaldeide, ii) anidride carbonica e metanolo non reagito, iii) formaldeide, acido formico, anidride carbonica e metanolo non reagito in rapporti esattamente calcolabili, iv) le stesse sostanze ma in rapporti che non sono precisabili per mancanza di ulteriori informazioni].
   c) Si ritiene che la composizione finale della miscela di reazione dipenda da come viene condotto il processo? (Spiegare).

4. Tanto C quanto Si formano tetra-alogeni derivati (CF₄ e SiF₄, ad es.) a geometria tetraedrica; il Si forma anche specie esa-coordinate a geometria ottaedrica quale, ad esempio, lo ione SiF₆²⁻. Spiegare nel modo più semplice possibile la ragione di questa differenza di chimismo tra due elementi che appartengono allo stesso gruppo del sistema periodico.

5. Cosa si ottiene per elettrolisi di soluzioni acquose delle seguenti sostanze?
   a) Cloruro sodico.
   b) Acido solforico.
   c) Acido cloridrico.
   d) Solfato rameico.
   e) Solfato sodico.

Se necessario, si facciano ragionevoli ipotesi sulla natura degli elettrodi. (NB: le risposte non sono necessariamente uniche).

6. Reazioni chimiche e reazioni nucleari: differenze e somiglianze.
Esercizio 1 Trovare tutti i numeri reali \( x \neq 0 \) tali che
\[
x = \left( x - \frac{1}{x} \right)^{1/2} + \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^{1/2}.
\]

Esercizio 2 Calcolare la somma
\[
\sum_{k=1}^{2010} (-1)^k \frac{k^3 + k + 1}{k!} \quad (\text{N.B. } k! := 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k).
\]

Esercizio 3 Siano \( u, v \) e \( w \) le radici della equazione \( x^3 + 2x^2 - x - 1 = 0 \). Calcolare
\[
\frac{1 + u}{1 - u} + \frac{1 + v}{1 - v} + \frac{1 + w}{1 - w}.
\]

Esercizio 4 Posto, per \( t \) reale qualsiasi,
\[
f(t) := \frac{4t^2}{1 + 4t^2}
\]
rovore tutte le radici del sistema di equazioni
\[
x = f(y) \quad y = f(x) \quad z = f(x)
\]
motivando adeguatamente la risposta.

Esercizio 5 Sia \( ABC \) un triangolo isoscele, con \( \overline{AB} = \overline{AC} \). Sia \( D \) il punto di incontro della bisettrice dell’angolo \( B \) con il lato \( CA \). Sapendo che \( \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DA} \) determinare la misura dell’angolo in \( A \).

Esercizio 6 Sia \( C \) una circonferenza e sia \( AB \) un suo diametro. Sia \( P \) un qualunque punto non appartenente al segmento \( AB \). La retta \( a \) passante per \( P \) ed \( A \) interseca \( C \) in un altro punto \( U \) (se \( a \) fosse tangente a \( C \) in \( A \), poniamo \( U = A \)). Analogamente la retta \( b \) passante per \( P \) e \( B \) interseca \( C \) in un altro punto \( V \) (se \( b \) fosse tangente a \( C \) in \( B \), poniamo \( V = B \)). Inoltre se \( P \in C \) poniamo \( U = V = P \). Definendo \( s := \frac{PU}{PA} \) e \( t := \frac{PV}{PB} \), esprimere il coseno dell’angolo \( APB \) in termini di \( s \) e \( t \). Considerare tutti i casi possibili.