

**Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS
a.a. 2025/2026
Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025**

TRACCIA 2

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo il seguente passo tratto dai *Sepolcri* di Ugo Foscolo (vv. 91-150).

Dal dì che nozze e tribunali ed are
Dier alle umane belve esser pietose
Di sé stesse e d'altrui, toglieano i vivi
All'etere maligno ed alle fere
I miserandi avanzi che Natura
Con veci eterne a sensi altri destina.
Testimonianza a' fasti eran le tombe,
Ed are a' figli; e uscian quindi i responsi
De' domestici Lari, e fu temuto
Su la polve degli avi il giuramento:
Religion che con diversi riti
Le virtù patrie e la pietà congiunta
Tradussero per lungo ordine d'anni.
Non sempre i sassi sepolcrali a' templi
Fean pavimento; né agl'incensi avvolto
De' cadaveri il lezzo i supplicanti
Contaminò, né le città fur meste
D'effigiati scheletri: le madri
Balzan ne' sonni esterrefatte, e tendono
Nude le braccia su l'amato capo
Del lor caro lattante onde nol desti
Il gemer lungo di persona morta
Chiedente la venal prece agli eredi
Dal santuario. Ma cipressi e cedri
Di puri effluvj i zefiri impregnando
Perenne verde protendean su l'urne

Per memoria perenne, e preziosi
Vasi accogliean le lagrime votive.
Rapían gli amici una favilla al Sole
A illuminar la sotterranea notte
Perché gli occhi dell'uom cercan morendo
Il Sole; e tutti l'ultimo sospiro
Mandano i petti alla fuggente luce.
Le fontane versando acque lustrali
Amaranti educavano e viole
Su la funebre zolla; e chi sedea
A libar latte e a raccontar sue pene
Ai cari estinti, una fragranza intorno
Sentía qual d'aura de' beati Elisi.
Pietosa insania che fa cari gli orti
De' suburbani avelli alle britanne
Vergini dove le conduce amore
Della perduta madre, ove clementi
Pregaro i Genj del ritorno al prode
Che tronca fe' la trionfata nave
Del maggior pino, e si scavò la bara.
Ma ove dorme il furor d'inclite geste
E sien ministri al vivere civile
L'opulenza e il tremore, inutil pompa
E inaugurate immagini dell'Orco
Sorgon cippi e marmorei monumenti.
Già il dotto e il ricco ed il patrizio vulgo,
Decoro e mente al bello Italo regno,
Nelle adulate reggie ha sepoltura
Già vivo, e i stemmi unica laude. A noi
Morte apparecchi riposato albergo
Ove una volta la fortuna cessi
Dalle vendette, e l'amistà raccolga
Non di tesori eredità, ma caldi
Sensi e di liberal carne l'esempio.



STORIA

«Spostarsi sul territorio è una prerogativa dell'essere umano e un fenomeno costitutivo delle società» Il candidato discuta questa affermazione del demografo Massimo Livi Bacci scegliendo nella storia delle migrazioni del passato un caso specifico di cui analizzare caratteristiche, cause, conseguenze e interpretazioni.

FILOSOFIA

Il candidato/la candidata prenda posizione sul dibattito se la storia della filosofia sia da considerarsi una disciplina principalmente storica o filosofica, argomentando con riferimenti pertinenti. A titolo esemplificativo, si potranno contrastare le posizioni di autori come Kant e Hegel, o ragionare a partire da esempi di storie della filosofia marcatamente diverse, dalle dossografie antiche (ad esempio Aristotele), al modo in cui autori moderni presentano il pensiero dei propri predecessori (Bacon, Cartesio), fino ad arrivare ad approcci contemporanei (Bertrand Russell).

LATINO

Tradurre e commentare il seguente passo di Virgilio:

Sed neque Medorum siluae, ditissima terra, 136
nec pulcher Ganges atque auro turbidus Hermus
laudibus Italiae certent, non Bactra neque Indi
totaque turiferis Panchaia pinguis harenis.

[...]

Hic uer adsiduum atque alienis mensibus aestas: 150
bis grauidae pecudes, bis pomis utilis arbor.

At rabidae tigres absunt et saeua leonum
semina, nec miseros fallunt aconita legentis,
nec rapit immensos orbis per humum neque tanto
squameus in spiram tractu se colligit anguis.

Adde tot egregias urbes operumque laborem, 155



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

tot congesta manu praeruptis oppida saxis
fluminaque antiquos subter labentia muros.
An mare quod supra memorem, quodque adluit infra?
anne lacus tantos? Te, Lari maxime, teque,
fluctibus et fremitu adsurgens Benace marino? 160
[...]

Haec genus acre uirum, Marsos pubemque Sabellam
adsuetumque malo Ligurem Volscosque uerutos
extulit, haec Decios Marios magnosque Camillos,
Scipiadas duros bello et te, maxime Caesar, 170
qui nunc extremis Asiae iam uictor in oris
imbellem auertis Romanis arcibus Indum.

Salve, magna parens frugum, Saturnia tellus,
magna uirum: tibi res antiquae laudis et artem
ingredior sanctos ausus recludere fontis, 175
Ascraeumque cano Romana per oppida carmen.

GRECO

Il romanzo greco antico come “genere” letterario fuori dal canone. Testi, autori, questioni critiche.

BIOLOGIA

Cambiamenti strutturali e funzionali indotti a livello cellulare dall'esposizione ad agenti esogeni (chimici e biologici). Il/La candidato/a illustri, attraverso esempi, i meccanismi e l'importanza che queste interazioni rivestono in campo biomedico.

CHIMICA Tema

Si illustrino le principali caratteristiche dei diversi stati di aggregazione della materia quali struttura, proprietà, legami costitutivi, reattività.

CHIMICA Esercizi

1) Un composto ciclico di formula bruta C_6H_{10} reagisce con bromo (Br_2) in condizioni blande per formare un composto che contiene due atomi di



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

bromo. Si scriva la formula di struttura del/dei prodotti e si spieghino le eventuali implicazioni stereochimiche della reazione.

2) In un recipiente di 0.005 m^3 termostato a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ vengono introdotti 10 grammi di un idrocarburo gassoso e si misura una pressione 1.6 atm: si calcoli la massa molare della sostanza considerando ideale il comportamento della sostanza gassosa. Di quale idrocarburo si tratta?

3) Dato un dibromo alcano di formula bruta $\text{C}_4\text{H}_8\text{Br}_2$, si disegnino due possibili stereoisomeri di cui uno otticamente attivo ed uno otticamente inattivo. Si spieghi il motivo del loro comportamento ottico e si suggerisca una sintesi a partire da bromo molecolare ed un idrocarburo a quattro atomi di carbonio.

4) Si confrontino le emissioni di anidride carbonica prodotte dalla combustione di metano, benzina e gasolio a parità di resa energetica. Per i poteri calorifici dei tre combustibili si usino, rispettivamente, i valori di 50, 43.5 e 44.5 MJ/kg e, per semplicità, si assuma che la benzina sia costituita esclusivamente da ottani e il gasolio da $\text{C}_{16}\text{H}_{34}$.

5) Data una soluzione acquosa di NaOH alla concentrazione di 0.01 moli/L a 25°C , si indichi come cambia il pH se la soluzione viene ripetutamente diluita con acqua pura portandola ogni volta a un volume dieci volte maggiore? Si considerino, ad esempio, 2, 3, 6 diluizioni. Cambia (o no) il pH se invece la soluzione originale viene riscaldata da 25°C a 35°C ? (Se sì: come cambia?)

Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol^{-1}): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16. Per la costante dei gas (tipicamente indicata con R e corrispondente al prodotto della costante di Boltzmann k per la costante di Avogadro N_A) si usi $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ oppure $0.0821 \text{ dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Il potere calorifico di un combustibile è la quantità di energia prodotta sotto forma di calore nella combustione completa con ossigeno.

MATEMATICA



Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + 2\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 3.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano

$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - 2\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$e^{\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P)}.$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata

$f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.

1. Dimostrare che se $f(-2x) = f(2x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).

2. Dimostrare che se vale $f(-x-3) = -f(x+3)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(4x) + f'(-x)f(-4x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).

3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:

$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 3(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali della seguente equazione $27^x = -x$



2. Determinare $x \in \mathbb{R}$ soluzione della seguente equazione

$$(x^2 - 9x + 13)^{x^2 - 6x + 1} = -1.$$

Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita

come segue
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n + 5} \end{cases}$$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $u_n > -1$ e che la successione è decrescente, ossia che $u_n \leq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
2. Definiamo la successione $\{v_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ come $v_n = \frac{6}{1+u_n}$. Mostrare che v_n è una successione aritmetica di ragione 4, ossia che $v_n = v_0 + 4n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
3. Definiamo quindi la successione $w_n = e^{3-v_n}$. Mostrare che $\{w_n\}$ è una successione geometrica di ragione e^{-4} , ossia che $w_n = w_0 e^{-4n}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 5. La funzione f è definita da

$$f(x) := 6\sin^2 x + 5\cos x + 4.$$

1. Determinare il massimo di f nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi$ senza ricorrere al calcolo differenziale.
2. Dire se il massimo è attinto in più di un punto dell'intervallo $0 < x < \pi$.

Esercizio 6. Il polinomio $p(x)$ è definito su \mathbb{R} da

$$p(x) := x^4 - k^2 x^2 + 2kx - 1 \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

1. Esistono valori di k per i quali p ha soltanto due radici reali?
2. Determinare il numero delle radici reali di p al variare di k .

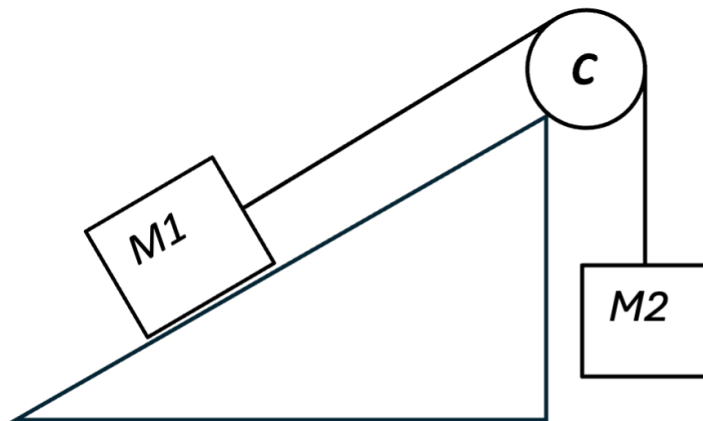
FISICA

ESERCIZIO 1



Su un piano inclinato di 30° si trova una massa $M_1 = 8 \text{ kg}$ collegata mediante una carrucola di massa $M_C = 0.1 \text{ kg}$ e raggio $R_C = 0.1 \text{ m}$ a un'altra massa $M_2 = 3 \text{ kg}$ che può scendere lungo la verticale.

1. Calcolare l'accelerazione con la quale si muove il sistema.
2. Se, quando il sistema è in movimento, la carrucola fosse soggetta a una forza di attrito costante $F_C = 0.05 \text{ N}$ dovuta allo strisciamento della sua superficie contro il piano inclinato, quale sarebbe il nuovo valore dell'accelerazione?

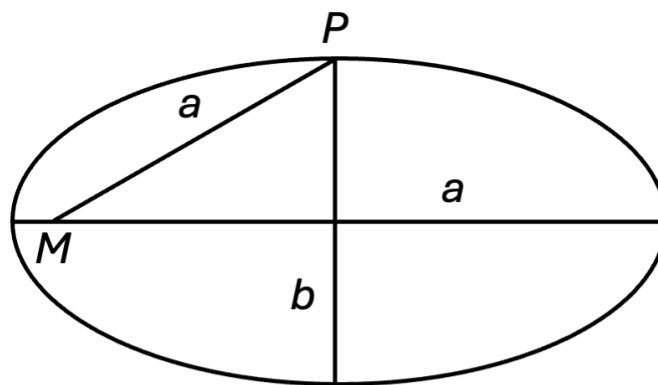


ESERCIZIO 2

Un pianeta di massa m compie un'orbita ellittica attorno a una stella di massa $M = 10^{31} \text{ kg}$. L'ellisse ha semiasse maggiore $a = 4 \cdot 10^{11} \text{ m}$ e semiasse minore $b = 2 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Quando il pianeta transita nel punto P in figura, la sua distanza dalla stella è pari ad a , per una nota proprietà delle ellissi.

Determinare in tale punto P :

1. l'accelerazione del pianeta.
2. la componente normale di tale accelerazione.
3. la velocità del pianeta.



ESERCIZIO 3

La bombola di un sommozzatore in immersione alla profondità h emette una bolla sferica di raggio $r_i = 2$ mm. L'aria contenuta dalla bolla sia descrivibile come un gas perfetto; si assuma inoltre che, nella risalita verso la superficie, la bolla si mantenga sferica e sempre alla stessa temperatura. Se vicino alla superficie la pressione è $P_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Pa e il raggio della bolla è $r_f = 3$ mm, a che profondità si trova il sommozzatore? Si assuma il valore $\rho = 10^3$ kg/m³ per la densità dell'acqua.

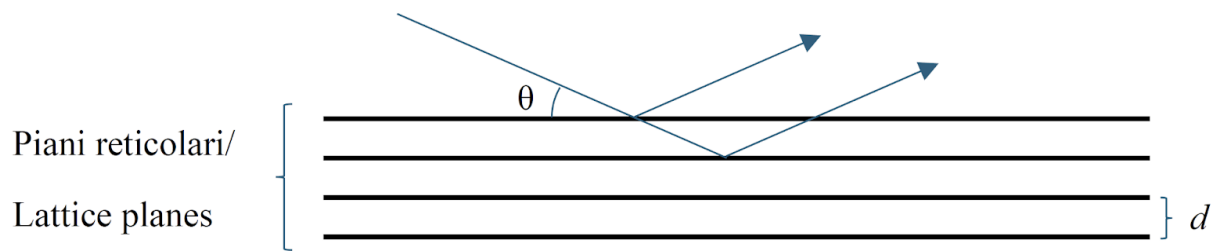
ESERCIZIO 4

Le strutture cristallografiche dei solidi sono convenzionalmente determinate facendo incidere radiazione elettromagnetica sul materiale in esame. Il processo può essere schematizzato pensando il cristallo come composto da "piani reticolari" paralleli tra loro e contenenti tutti gli atomi che costituiscono il materiale. Il fascio di radiazione incidente è parzialmente riflesso dal piano reticolare più esterno e poi riflesso anche dal piano reticolare successivo (si veda lo schema). Sotto quali condizioni per la lunghezza d'onda λ della radiazione incidente, dell'angolo di incidenza θ e della distanza tra i piani d si ha interferenza costruttiva tra i due fasci riflessi? Si scriva tale condizione sotto forma di equazione. Quale disuguaglianza tra λ e d definisce l'osservabilità dell'interferenza costruttiva? Considerando che un valore tipico per d è $2 \cdot 10^{-8}$ cm, quale corrispondente ordine di grandezza ha la frequenza della radiazione elettromagnetica? In che sezione dello spettro elettromagnetico si colloca? Nello svolgimento, si ricordi che $\cos(2\theta) = 1 - 2 \cdot \sin^2(\theta)$.



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia



ESERCIZIO 5

Si considerino due griglie metalliche (indicate con 1 e 2) piane e parallele, distanti tra loro 4 cm, con estensione tale da trascurare effetti di bordo e mantenute a una differenza di potenziale costante $\Delta V = V_1 - V_2 > 0$. Tali griglie sono immerse in un campo di induzione magnetica $B = 0.8 \text{ T}$ statico e uniforme le cui linee di campo sono parallele alle griglie. Nello spazio compreso tra le griglie il campo B è nullo. All'istante iniziale del processo studiato, un protone si trova sulla superficie della griglia 1, nel punto P , con velocità perpendicolare alla griglia e diretta verso la griglia 2. Dopo $1.22 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ il protone si trova ancora sulla superficie della griglia 1, questa volta nel punto Q , con velocità identica in modulo, direzione e verso rispetto alla situazione all'istante iniziale. La distanza tra P e Q è di 5.2 cm. Si descriva il moto compiuto dal protone nel lasso di tempo considerato, si calcolino i moduli delle velocità nelle regioni con campo B non nullo, e si calcoli la differenza di potenziale ΔV . Si ricordi che la carica del protone vale $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ mentre la massa del protone vale $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS a.a. 2025/2026

Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025

TRACCIA 3

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo la poesia *La primavera hitleriana* di Eugenio Montale.

La primavera hitleriana

Né quella ch'a veder lo sol si gira...

Dante (?) a Giovanni Quirini

Folta la nuvola bianca delle falene impazzite
turbina intorno agli scialbi fanali e sulle spallette,
stende a terra una coltre su cui scricchia
come su zucchero il piede; l'estate imminente sprigiona
ora il gelo notturno che capiva
nelle cave segrete della stagione morta,
negli orti che da Maiano scavalcano a questi renai.

Da poco sul corso è passato a volo un messo infernale
tra un alalà di scherani, un golfo mistico acceso
e pavesato d di croci a uncino l'ha preso e inghiottito,
si sono chiuse le vetrine, povere
e inoffensive benché armate anch'esse
di cannoni e giocattoli di guerra,
ha sprangato il beccaio che infiorava
di bacche il muso dei capretti uccisi,
la sagra dei miti carnefici che ancora ignorano il sangue
s'è tramutata in un sozzo trescone d'ali schiantate,
di larve sulle golene, e l'acqua séguita a rodere
le sponde e più nessuno è incolpevole.

Tutto per nulla, dunque? – e le candele
romane, a San Giovanni, che sbiancavano lente
l'orizzonte, ed i pegni e i lunghi addii
forti come un battesimo nella lugubre attesa
dell'orda (ma una gemma rigò l'aria stillando
su i ghiacci e le riviere dei tuoi lidi
gli angeli di Tobia, i sette, la semina
dell'avvenire) e gli eliotropi nati
dalle tue mani – tutto arso e succhiato
da un polline che stride come il fuoco



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

e ha punte di sinibbio....

Oh la piagata
primavera è pur festa se raggela
in morte questa morte! Guarda ancora
in alto, Clizia, è la tua sorte, tu
che il non mutato amor mutata serbi,
fino a che il cieco sole che in te porti
si abbàcini nell'Altro e si distrugga
in Lui, per tutti. Forse le sirene, i rintocchi
che salutano i mostri nella sera
della loro tregenda, si confondono già
col suono che slegato dal cielo, scende, vince -
col respiro di un'alba che domani per tutti
si riaffacci, bianca ma senz'ali
di raccapriccio, ai greti arsi del sud...

STORIA

Dall'Europa al mondo: fra Settecento e Ottocento, il processo di industrializzazione si estese progressivamente dalle Isole britanniche ad altre aree europee ed extraeuropee. Quali furono i principali paesi interessati da questo cruciale fenomeno storico e quali le sue conseguenze di vastissima portata a molteplici livelli?

FILOSOFIA

Locke e Leibniz hanno sostenuto una concezione del linguaggio (e dei segni in genere) come non soltanto strumentale ma anche costitutiva dei processi gnoseologici. Il candidato/la candidata discuta concezioni del linguaggio e del pensiero nella storia della filosofia, facendo riferimento privilegiato ma non esclusivo agli autori citati.

LATINO

Tradurre e commentare il seguente passo di Seneca:

[II 1] Nihil accidere bono viro mali potest: non miscentur contraria. Quemadmodum tot amnes, tantum superne deiectorum imbrium, tanta medicorum vis fontium non mutant saporem maris, ne remittunt quidem, ita adversarum impetus rerum viri fortis non vertit animum: manet in statu et quidquid evenit in suum colorem trahit; est enim omnibus externis potentior. [2] Nec hoc dico, non sentit illa, sed vincit, et alioqui quietus placidusque contra incurrentia attollitur. Omnia adversa exercitationes putat. Quis autem, vir modo et erectus ad honesta, non est laboris adpetens iusti et ad officia cum periculo promptus? Cui industrio otium poena non est? [3] Athletas videmus, quibus virium cura est, cum fortissimis quibusque conflare et exigere ab iis per quos certamini praeparantur ut totis contra ipsos viribus utantur; caedi se vexarique patiuntur et, si non inveniunt singulos pares, pluribus simul obiciuntur. [4] Marcet sine adversario virtus: tunc apparet quanta sit quantumque polleat, cum quid possit patientia ostendit. Scias licet idem viris bonis esse faciendum, ut dura ac difficilia non reformident nec de fato querantur, quidquid accidit boni consulant, in bonum vertant; non quid sed quemadmodum feras interest. [5] Non vides quanto aliter patres, aliter matres indulgeant? Illi excitari iubent liberos ad studia obeunda mature, feriatis quoque diebus non patiuntur esse otiosos, et sudorem illis et



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

interdum lacrimas excutiunt; at matres fovere in sinu, continere in umbra volunt, numquam contristari, numquam flere, numquam laborare. [6] Patrium deus habet adversus bonos viros animum et illos fortiter amat et “operibus, – inquit – doloribus, damnis exagitantur, ut verum collingant robur”. Languent per inertiam saginata <corpora> nec labore tantum sed motu et ipso sui onere deficiunt. Non fert ullum ictum inlaesa felicitas; at cui adsidua fuit cum incommodis suis rixa, callum per iniurias duxit nec ulli malo cedit, sed etiam si cecidit de genu pugnatur. [7] Miraris tu, si deus ille bonorum amantissimus, qui illos quam optimos esse atque excellentissimos vult, fortunam illis cum qua exercentur adsignat? Ego vero non miror, si aliquando impetum capiunt spectandi di magnos viros conluctantis cum aliqua calamitate.

GRECO

Si traduca e commenti il seguente passo di Esiodo:

ἀλλὰ σύ γ' ἡμετέρης μεμνημένος αἰὲν ἐφετμῆς
ἐργάζεο, Πέρση, δῖον γένος, ὄφρα σε λιμὸς
ἐχθαίρη, φιλέη δέ σ' ἐυστέφανος Δημήτηρ
αἰδοίη, βίτου δὲ τήν τιμπλῆσι καλήν. 300
λιμὸς γάρ τοι πάμπαν ἀεργῶ σύμφορος ἀνδρῖ.
τῶ δὲ θεοὶ νεμεσῶσι καὶ ἀνέρες, ὅς κεν ἀεργὸς
ζῶη, κηφήνεσσι κοθούροις εἵκελος ὀργῆν,
οἳ τε μελισσάων κάματον τρύχουσιν ἀεργοὶ 305
ἔσθοντες. σοὶ δ' ἔργα φίλ' ἔστω μέτρια κοσμεῖν,
ὥς κέ τοι ὠραίου βίτου πλήθωσι καλιαί.
ἐξ ἔργων δ' ἄνδρες πολύμηλοὶ τ' ἀφνειοὶ τε.
καὶ ἐργαζόμενος πολὺ φίλτερος ἀθανάτοισιν
[ἔσσειαι ἠδὲ βροτοῖς· μάλα γὰρ στυγέουσιν ἀεργούς]. 310
ἔργον δ' οὐδὲν ὄνειδος, ἀεργίη δέ τ' ὄνειδος.
εἰ δέ κε ἐργάζῃ, τάχα σε ζηλώσει ἀεργὸς
πλουτεῦντα· πλούτῳ δ' ἀρετὴ καὶ κῦδος ὀπηδεῖ.
δαίμονι δ' οἷος ἔησθα, τὸ ἐργάζεσθαι ἄμεινον,
εἴ κεν ἀπ' ἀλλοτρίων κτεάνων ἀεσίφρονα θυμὸν 315
εἰς ἔργον τρέψας μελετᾷς βίου, ὥς σε κελεύω.
αἰδῶς δ' οὐκ ἀγαθὴ κεχρημένον ἄνδρα κομίζει,
αἰδῶς, ἥ τ' ἄνδρας μέγα σίνεται ἠδ' ὀνίνησιν·
αἰδῶς τοι πρὸς ἀνολβίη, θάρσος δὲ πρὸς ὄλβῳ.
χρήματα δ' οὐχ ἀρπακτά, θεόσδοτα πολλὸν ἀμείνω. 320

BIOLOGIA

La variabilità genetica: perché è essenziale per la sopravvivenza della specie, quali sono le conseguenze della sua mancanza e quali strategie esistono per la sua conservazione.

CHIMICA Tema

Legame ionico e legame covalente: similarità e differenze, caratteristiche geometriche, casi tipici ed eventuali casi intermedi.



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

CHIMICA Esercizi

- 1) Il 2-etil-3-metil-1-butene addiziona acqua in presenza di un catalizzatore acido: quali e quanti prodotti si ottengono? Si scriva la struttura dei prodotti ed eventualmente se ne discuta la stereochimica.
- 2) Cosa significa dire che la reazione tra idrogeno ed ossigeno con formazione di acqua è esotermica? Quale è la grandezza che quantifica l'esotermicità? Aumentando la temperatura, ci si aspetta che questa grandezza aumenti o diminuisca? Perché?
- 3) La soluzione acquosa di un acido forte ha $\text{pH} = 2$. Si dica se (ed eventualmente come) cambia il pH quando: a) si diluisce la soluzione con acqua portandola ad un volume dieci volte maggiore, b) si esegue la stessa operazione non una ma quattro volte. Si spieghi.
- 4) L'acido solforico (H_2SO_4) è un acido diprotico, che in soluzione acquosa presenta due successive dissociazioni. La prima ha le caratteristiche di acido "forte", la seconda ha le caratteristiche di acido "debole". Indicare tutte le specie neutre o ioniche presenti in una soluzione acquosa diluita di acido solforico. Scrivere tutte le reazioni che coinvolgono queste specie chimiche. Quali sono le due specie a maggiore concentrazione (oltre al solvente)?
- 5) Dall'analisi elementare di un composto organico si ricavano le seguenti percentuali dei componenti: C, 40.44%; H, 7.92%; N, 15.72; O, 35.92%. Si determini la formula minima del composto e si suggerisca una possibile struttura in cui sia presente un centro stereogenico.

Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol^{-1}): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16.

MATEMATICA

Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + 3\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 4.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano



$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - 3\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$\log(\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P)).$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.

1. Dimostrare che se $f(-5x) = f(5x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).

2. Dimostrare che se vale $f(-x+1) = -f(x-1)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(7x) + f'(-x)f(-7x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).

3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:

$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 5(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali di $3^{2x^2-7x+3} = 5^{x^2-x-6}$

2. Determinare $x \in \mathbb{R}$ soluzione della seguente equazione

$$(x^2 - 9x + 13)^{x^2-6x-1} = -1.$$

Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita come segue
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5} \end{cases}$$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $u_n < 2$ e che la successione u_n è crescente, ossia che $u_n \geq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

2. Definiamo quindi la successione $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$. Mostrare che $\{v_n\}$ è una successione aritmetica di ragione 2, ossia che $v_n = v_0 + 2n$, per ogni $n \in \mathbb{N}$.

3. Sfruttando il risultato precedente calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Esercizio 5. Una retta di equazione $y = cx$ con $c > 0$ interseca il cerchio unitario $x^2 + y^2 = 1$ in due punti. Questi, insieme ai punti di coordinate $(-1, 0)$ e $(1, 0)$ costituiscono i vertici di un quadrilatero di area $A(c)$.

1. Scrivere la funzione $A(c)$.

2. Calcolare $\lim_{c \rightarrow \infty} A(c)$ e interpretare geometricamente il risultato.

Esercizio 6. Su \mathbb{R} sono definite le funzioni

$$S(x) = x + 1, \quad R(x) = -x.$$



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Una ulteriore funzione $F(x)$ è definita su \mathbb{R} dalla composizione successiva di un numero arbitrario di S e R , in qualunque ordine.

1. Dire perché $F(x) = 6 - x^2$ non è una scelta ammissibile.
2. Dimostrare che $F(x) = 6 - x$ è una scelta ammissibile e dire quante S e quante R intervengono nella sua composizione.

FISICA

ESERCIZIO 1

La distanza media da Saturno al Sole è nove volte maggiore della distanza media dalla Terra al Sole ($149.6 \cdot 10^6$ km). Quanto dura in secondi un anno (un periodo di rivoluzione intorno al Sole) di Saturno?

ESERCIZIO 2

Un martello di 0.8 kg viene usato per conficcare chiodi di 30 g nel legno. Quando il martello urta il chiodo con una velocità di 5.0 m/s, il chiodo penetra di 2.0 cm per ogni colpo. Si trovi:

- (a) la velocità comune del martello e del chiodo immediatamente dopo l'urto, supponendo che l'urto sia perfettamente anelastico;
- (b) l'intervallo di tempo durante il quale il chiodo è in moto, supponendo che esso acquisti la velocità iniziale in un tempo trascurabile, dopo il quale si ha una decelerazione uniforme;
- (c) la forza media con cui il legno resiste alla penetrazione del chiodo.

ESERCIZIO 3

In un circuito, un condensatore da 100 μF viene caricato tramite una resistenza da 1 k Ω collegata a una batteria da 12 V.

- (a) Calcolare la costante di tempo del circuito.
- (b) Quanto tempo è necessario affinché il condensatore raggiunga il 90% della sua carica massima?
- (c) Qual è la carica massima che può accumulare il condensatore?

ESERCIZIO 4

Alla temperatura $T_{\text{rif}} = 100$ °C, una massa 891 g di mercurio riempie completamente un bicchiere di vetro. Il coefficiente di dilatazione volumica del vetro vale $\alpha_v = 2.7 \cdot 10^{-5}$ (°C)⁻¹ mentre quello del mercurio vale $\alpha_{\text{Hg}} = 1.8 \cdot 10^{-4}$ (°C)⁻¹. Quale massa di mercurio riempie completamente il bicchiere alla temperatura $T = -35$ °C? Si ricorda che con buona approssimazione (pur se con qualche eccezione) la dipendenza del volume V dei materiali dalla temperatura T è regolata dall'equazione $V(T) = V(T_{\text{rif}}) (1 + \alpha \Delta T)$, dove α è il coefficiente di dilatazione caratteristico del materiale considerato, T_{rif} è una temperatura di riferimento e $\Delta T = T - T_{\text{rif}}$.

ESERCIZIO 5

La legge di Stefan-Boltzmann afferma che la potenza P_s emessa per irraggiamento (emissione di onde elettromagnetiche) per unità di superficie da un cosiddetto corpo nero è funzione della temperatura T di quel corpo espressa in K e vale

$$P_s = \sigma \cdot T^4,$$

dove la costante σ vale all'incirca $5.67 \cdot 10^{-8}$ W/(K⁴ m²).



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Assumendo che:

- la Terra si comporti come un corpo nero sferico di raggio $R = 6.37 \cdot 10^6$ m che riemette verso lo spazio la radiazione ricevuta dal Sole;

e considerando che:

- la potenza emessa dal Sole che arriva perpendicolarmente sulla Terra, per unità di superficie, vale $1.367 \cdot 10^3$ W/m²;
- il 30% della radiazione solare viene riflessa direttamente verso lo spazio;

si calcoli la temperatura media T della Terra.

In base alle proprie conoscenze e alla propria esperienza empirica, ritiene i/l/a candidato/a che la stima della temperatura media della Terra sia corretta? Se il risultato non è corretto, che cosa non è stato tenuto in considerazione nella descrizione del sistema fisico?



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

**Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS
a.a. 2025/2026
Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025**

TRACCIA 3

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo la poesia *La primavera hitleriana* di Eugenio Montale.

La primavera hitleriana

Né quella ch'a veder lo sol si gira...

Dante (?) a Giovanni Quirini

Folta la nuvola bianca delle falene impazzite
turbina intorno agli scialbi fanali e sulle spallette,
stende a terra una coltre su cui scricchia
come su zucchero il piede; l'estate imminente sprigiona
ora il gelo notturno che capiva
nelle cave segrete della stagione morta,
negli orti che da Maiano scavalcano a questi renai.

Da poco sul corso è passato a volo un messo infernale
tra un alalà di scherani, un golfo mistico acceso
e pavesato d di croci a uncino l'ha preso e inghiottito,
si sono chiuse le vetrine, povere
e inoffensive benché armate anch'esse
di cannoni e giocattoli di guerra,
ha sprangato il beccaio che infiorava
di bacche il muso dei capretti uccisi,
la sagra dei miti carnefici che ancora ignorano il sangue
s'è tramutata in un sozzo trescone d'ali schiantate,
di larve sulle golene, e l'acqua séguita a rodere
le sponde e più nessuno è incolpevole.



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Tutto per nulla, dunque? – e le candele
romane, a San Giovanni, che sbiancavano lente
l'orizzonte, ed i pegni e i lunghi addii
forti come un battesimo nella lugubre attesa
dell'orda (ma una gemma rigò l'aria stillando
su i ghiacci e le riviere dei tuoi lidi
gli angeli di Tobia, i sette, la semina
dell'avvenire) e gli eliotropi nati
dalle tue mani – tutto arso e succhiato
da un polline che stride come il fuoco
e ha punte di sinibbio....

Oh la piagata
primavera è pur festa se raggela
in morte questa morte! Guarda ancora
in alto, Clizia, è la tua sorte, tu
che il non mutato amor mutata serbi,
fino a che il cieco sole che in te porti
si abbàcini nell'Altro e si distrugga
in Lui, per tutti. Forse le sirene, i rintocchi
che salutano i mostri nella sera
della loro tregenda, si confondono già
col suono che slegato dal cielo, scende, vince -
col respiro di un'alba che domani per tutti
si riaffacci, bianca ma senz'ali
di raccapriccio, ai greti arsi del sud...

STORIA

Dall'Europa al mondo: fra Settecento e Ottocento, il processo di industrializzazione si estese progressivamente dalle Isole britanniche ad altre aree europee ed extraeuropee. Quali furono i principali paesi interessati da questo cruciale fenomeno storico e quali le sue conseguenze di vastissima portata a molteplici livelli?



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

FILOSOFIA

Locke e Leibniz hanno sostenuto una concezione del linguaggio (e dei segni in genere) come non soltanto strumentale ma anche costitutiva dei processi gnoseologici. Il candidato/la candidata discuta concezioni del linguaggio e del pensiero nella storia della filosofia, facendo riferimento privilegiato ma non esclusivo agli autori citati.

LATINO

Tradurre e commentare il seguente passo di Seneca:

[II 1] Nihil accidere bono viro mali potest: non miscentur contraria. Quemadmodum tot annes, tantum superne deiectionum imbrium, tanta medicorum vis fontium non mutant saporem maris, ne remittunt quidem, ita adversarum impetus rerum viri fortis non vertit animum: manet in statu et quidquid evenit in suum colorem trahit; est enim omnibus externis potentior. [2] Nec hoc dico, non sentit illa, sed vincit, et alioqui quietus placidusque contra incurrentia attollitur. Omnia adversa exercitationes putat. Quis autem, vir modo et erectus ad honesta, non est laboris adpetens iusti et ad officia cum periculo promptus? Cui industrius otium poena non est? [3] Athletas videmus, quibus virium cura est, cum fortissimis quibusque conflare et exigere ab iis per quos certamini praeparantur ut totis contra ipsos viribus utantur; caedi se vexarique patiuntur et, si non inveniunt singulos pares, pluribus simul obiciuntur. [4] Marcet sine adversario virtus: tunc apparet quanta sit quantumque polleat, cum quid possit patientia ostendit. Scias licet idem viris bonis esse faciendum, ut dura ac difficilia non reformident nec de fato querantur, quidquid accidit boni consulant, in bonum vertant; non quid sed quemadmodum feras interest. [5] Non vides quanto aliter patres, aliter matres indulgeant? Illi excitari iubent liberos ad studia obeunda mature, feriatis quoque diebus non patiuntur esse otiosos, et sudorem illis et interdum lacrimas excutiunt; at matres fovere in sinu, continere in umbra volunt, numquam contristari, numquam flere, numquam laborare. [6] Patrium deus habet adversus bonos viros animum et illos fortiter amat et "operibus, – inquit – doloribus, damnis exagitantur, ut verum collingant robur". Languent per inertiam saginata <corpora> nec labore tantum sed motu et ipso sui onere deficiunt. Non fert ullum ictum inlaesa felicitas; at



cui adsidua fuit cum incommodis suis rixa, callum per iniurias duxit nec ulli malo cedit, sed etiam si cecidit de genu pugnat. [7] Miraris tu, si deus ille bonorum amantissimus, qui illos quam optimos esse atque excellentissimos vult, fortunam illis cum qua exerceantur adsignat? Ego vero non miror, si aliquando impetum capiunt spectandi di magnos viros conluctantis cum aliqua calamitate.

GRECO

Si traduca e commenti il seguente passo di Esiodo:

ἀλλὰ σύ γ' ἡμετέρης μεμνημένος αἰὲν ἐφετμῆς
ἐργάζεο, Πέρση, δῖον γένος, ὄφρα σε λιμὸς
ἐχθαίρη, φιλέη δέ σ' ἐυστέφανος Δημήτηρ 300
αἰδοίη, βίотου δὲ τεὴν πιμπλήσῃσι καλιήν.
λιμὸς γάρ τοι πάμπαν ἀεργῶ σύμφορος ἀνδρί.
τῷ δὲ θεοὶ νεμεσῶσι καὶ ἀνέρες, ὅς κεν ἀεργὸς
ζῶη, κηφήνεσσι κοθούροις εἵκελος ὀργήν,
οἷ τε μελισσῶν κάματον τρύχουσιν ἀεργοὶ 305
ἔσθοντες. σοὶ δ' ἔργα φίλ' ἔστω μέτρια κοσμεῖν,
ὥς κέ τοι ὠραίου βίотου πλήθωσι καλιαί.
ἐξ ἔργων δ' ἄνδρες πολύμηλοὶ τ' ἀφνειοὶ τε.
καὶ ἐργαζόμενος πολὺ φίλτερος ἀθανάτοισιν
[ἔσσεαι ἠδὲ βροτοῖς· μάλα γὰρ στυγέουσιν ἀεργούς]. 310
ἔργον δ' οὐδὲν ὄνειδος, ἀεργίη δέ τ' ὄνειδος.
εἰ δέ κε ἐργάζῃ, τάχα σε ζηλώσει ἀεργὸς
πλουτεῦντα· πλούτῳ δ' ἀρετὴ καὶ κῦδος ὀπηδεῖ.
δαίμονι δ' οἷος ἔησθα, τὸ ἐργάζεσθαι ἄμεινον,
εἷ κεν ἀπ' ἄλλοτρίων κτεάνων ἀεσίφρονα θυμὸν 315
εἰς ἔργον τρέψας μελετᾶς βίου, ὥς σε κελεύω.
αἰδῶς δ' οὐκ ἀγαθὴ κεχρημένον ἄνδρα κομίζει,
αἰδῶς, ἢ τ' ἄνδρας μέγα σίνεται ἠδ' ὀνίνησιν·
αἰδῶς τοι πρὸς ἀνολβίη, θάρσος δὲ πρὸς ὄλβῳ.
χρήματα δ' οὐχ ἄρπακτά, θεόσδοτα πολλὸν ἀμείνω. 320



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

BIOLOGIA

La variabilità genetica: perché è essenziale per la sopravvivenza della specie, quali sono le conseguenze della sua mancanza e quali strategie esistono per la sua conservazione.

CHIMICA Tema

Legame ionico e legame covalente: similarità e differenze, caratteristiche geometriche, casi tipici ed eventuali casi intermedi.

CHIMICA Esercizi

1) Il 2-etil-3-metil-1-butene addiziona acqua in presenza di un catalizzatore acido: quali e quanti prodotti si ottengono? Si scriva la struttura dei prodotti ed eventualmente se ne discuta la stereochimica.

2) Cosa significa dire che la reazione tra idrogeno ed ossigeno con formazione di acqua è esotermica? Quale è la grandezza che quantifica l'esotermicità? Aumentando la temperatura, ci si aspetta che questa grandezza aumenti o diminuisca? Perché?

3) La soluzione acquosa di un acido forte ha $\text{pH} = 2$. Si dica se (ed eventualmente come) cambia il pH quando: a) si diluisce la soluzione con acqua portandola ad un volume dieci volte maggiore, b) si esegue la stessa operazione non una ma quattro volte. Si spieghi.

4) L'acido solforico (H_2SO_4) è un acido diprotico, che in soluzione acquosa presenta due successive dissociazioni. La prima ha le caratteristiche di acido "forte", la seconda ha le caratteristiche di acido "debole". Indicare tutte le specie neutre o ioniche presenti in una soluzione acquosa diluita di acido solforico. Scrivere tutte le reazioni che coinvolgono queste specie chimiche. Quali sono le due specie a maggiore concentrazione (oltre al solvente)?



5) Dall'analisi elementare di un composto organico si ricavano le seguenti percentuali dei componenti: C, 40.44%; H, 7.92%; N, 15.72; O, 35.92%. Si determini la formula minima del composto e si suggerisca una possibile struttura in cui sia presente un centro stereogenico.

Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol⁻¹): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16.

MATEMATICA

Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + 3\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 4.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano

$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - 3\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$\log(\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P)).$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.



1. Dimostrare che se $f(-5x) = f(5x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).
2. Dimostrare che se vale $f(-x + 1) = -f(x - 1)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(7x) + f'(-x)f(-7x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).
3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:

$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 5(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali di $3^{2x^2-7x+3} = 5^{x^2-x-6}$
2. Determinare $x \in \mathbf{R}$ soluzione della seguente equazione

$$(x^2 - 9x + 13)^{x^2-6x-1} = -1.$$

Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ definita

come segue
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5} \end{cases}$$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbf{N}$ si ha $u_n < 2$ e che la successione u_n è crescente, ossia che $u_n \geq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbf{N}$.
2. Definiamo quindi la successione $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$. Mostrare che $\{v_n\}$ è una successione aritmetica di ragione 2, ossia che $v_n = v_0 + 2n$, per ogni $n \in \mathbf{N}$.
3. Sfruttando il risultato precedente calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Esercizio 5. Una retta di equazione $y = cx$ con $c > 0$ interseca il cerchio unitario

$x^2 + y^2 = 1$ in due punti. Questi, insieme ai punti di coordinate $(-1,0)$ e $(1,0)$ costituiscono i vertici di un quadrilatero di area $A(c)$.

1. Scrivere la funzione $A(c)$.
2. Calcolare $\lim_{c \rightarrow \infty} A(c)$ e interpretare geometricamente il risultato.

Esercizio 6. Su \mathbf{R} sono definite le funzioni



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

$$S(x) = x + 1, \quad R(x) = -x.$$

Una ulteriore funzione $F(x)$ è definita su \mathbb{R} dalla composizione successiva di un numero arbitrario di S e R , in qualunque ordine.

1. Dire perché $F(x) = 6 - x^2$ non è una scelta ammissibile.
2. Dimostrare che $F(x) = 6 - x$ è una scelta ammissibile e dire quante S e quante R intervengono nella sua composizione.

FISICA

ESERCIZIO 1

La distanza media da Saturno al Sole è nove volte maggiore della distanza media dalla Terra al Sole ($149.6 \cdot 10^6$ km). Quanto dura in secondi un anno (un periodo di rivoluzione intorno al Sole) di Saturno?

ESERCIZIO 2

Un martello di 0.8 kg viene usato per conficcare chiodi di 30 g nel legno. Quando il martello urta il chiodo con una velocità di 5.0 m/s, il chiodo penetra di 2.0 cm per ogni colpo. Si trovi:

- (a) la velocità comune del martello e del chiodo immediatamente dopo l'urto, supponendo che l'urto sia perfettamente anelastico;
- (b) l'intervallo di tempo durante il quale il chiodo è in moto, supponendo che esso acquisti la velocità iniziale in un tempo trascurabile, dopo il quale si ha una decelerazione uniforme;
- (c) la forza media con cui il legno resiste alla penetrazione del chiodo.

ESERCIZIO 3

In un circuito, un condensatore da $100 \mu\text{F}$ viene caricato tramite una resistenza da $1 \text{ k}\Omega$ collegata a una batteria da 12 V .

- (a) Calcolare la costante di tempo del circuito.
- (b) Quanto tempo è necessario affinché il condensatore raggiunga il 90% della sua carica massima?
- (c) Qual è la carica massima che può accumulare il condensatore?

ESERCIZIO 4

Alla temperatura $T_{\text{rif}} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, una massa 891 g di mercurio riempie completamente un bicchiere di vetro. Il coefficiente di dilatazione



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

volumica del vetro vale $\alpha_v = 2.7 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ mentre quello del mercurio vale $\alpha_{\text{Hg}} = 1.8 \cdot 10^{-4} (\text{°C})^{-1}$. Quale massa di mercurio riempie completamente il bicchiere alla temperatura $T = -35 \text{ °C}$? Si ricorda che con buona approssimazione (pur se con qualche eccezione) la dipendenza del volume V dei materiali dalla temperatura T è regolata dall'equazione $V(T) = V(T_{\text{rif}}) (1 + \alpha \Delta T)$, dove α è il coefficiente di dilatazione caratteristico del materiale considerato, T_{rif} è una temperatura di riferimento e $\Delta T = T - T_{\text{rif}}$.

ESERCIZIO 5

La legge di Stefan-Boltzmann afferma che la potenza P_s emessa per irraggiamento (emissione di onde elettromagnetiche) per unità di superficie da un cosiddetto corpo nero è funzione della temperatura T di quel corpo espressa in K e vale

$$P_s = \sigma \cdot T^4,$$

dove la costante σ vale all'incirca $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{K}^4 \text{ m}^2)$.

Assumendo che:

- la Terra si comporti come un corpo nero sferico di raggio $R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ che riemette verso lo spazio la radiazione ricevuta dal Sole;

e considerando che:

- la potenza emessa dal Sole che arriva perpendicolarmente sulla Terra, per unità di superficie, vale $1.367 \cdot 10^3 \text{ W}/\text{m}^2$;
- il 30% della radiazione solare viene riflessa direttamente verso lo spazio;

si calcoli la temperatura media T della Terra.

In base alle proprie conoscenze e alla propria esperienza empirica, ritiene i//a candidato/a che la stima della temperatura media della Terra sia corretta? Se il risultato non è corretto, che cosa non è stato tenuto in considerazione nella descrizione del sistema fisico?

Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS

a.a. 2025/2026

Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025

TRACCIA 1

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo la canzone *Al cor gentil rempaira sempre amore* di Guido Guinizelli

Al cor gentil rempaira sempre amore
come l'ausello in selva a la verdura;
né fe' amor anti che gentil core,
né gentil core anti ch'amor, natura:
ch'adesso con' fu 'l sole,
sì tosto lo splendore fu lucente,
né fu davanti 'l sole;
e prende amore in gentilezza loco
così propiamente
come calore in clarità di foco.

Foco d'amore in gentil cor s'aprende
come vertute in petra preziosa,
che da la stella valor no i discende
anti che 'l sol la faccia gentil cosa;
poi che n'ha tratto fòre
per sua forza lo sol ciò che li è vile,
stella li dà valore:
così lo cor ch'è fatto da natura
asletto, pur, gentile,
donna a guisa di stella lo 'nnamora.

Amor per tal ragion sta 'n cor gentile
per qual lo foco in cima del doplero:
splendeli al su' diletto, clar, sottile;
no li stari' altra guisa, tant'è fero.
Così prava natura
recontra amor come fa l'aigua il foco
caldo, per la freddura.
Amore in gentil cor prende rivera
per suo consimel loco
com' adamàs del ferro in la minera.

Fere lo sol lo fango tutto 'l giorno:
vile reman, né 'l sol perde calore;
dis'omo alter: «Gentil per sclatta torno»;
lui semblo al fango, al sol gentil valore:
ché non dé dar om fé

che gentilezza sia fòr di coraggio
in dignità d'ere'
sed a vertute non ha gentil core,
com'aigua porta raggio
e 'l ciel riten le stelle e lo splendore.

Splende 'n la 'ntelligenza del cielo
Deo criator più che [n] nostr'occhi 'l sole:
ella intende suo fattor oltra 'l cielo,
e 'l ciel volgiando, a Lui obedir tole;
e con' segue, al primero,
del giusto Deo beato compimento,
così dar dovria, al vero,
la bella donna, poi che [n] gli occhi splende
del suo gentil, talento
che mai di lei obedir non si disprende.

Donna, Deo mi dirà: «Che presomisti?»,
siando l'alma mia a lui davanti.
«Lo ciel passasti e 'nfin a Me venisti
e desti in vano amor Me per semblanti:
ch'a Me conven le laude
e a la reina del regname degno,
per cui cessa onne fraude».
Dir Li porò: «Tenne d'angel sembianza
che fosse del Tuo regno;
non me fu fallo, s'in lei posi amanza».



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

STORIA

Quando, dove, come e perché siamo andati in Africa? Miti e realtà dell'ambizione coloniale e imperiale italiana.

FILOSOFIA

Secondo Cartesio l'io è un'anima immateriale, la mente coincide con la coscienza, e nessuna macchina può essere cosciente o riprodurre la creatività della mente umana. Messo in discussione già nell'età moderna, e secondo diverse prospettive, da filosofi quali Locke, Leibniz, Hume e Kant, il modello cartesiano è oggi da molti considerato del tutto superato. Per il dominante materialismo, anzitutto, le anime non esistono; almeno a partire da Freud, poi, la coscienza è vista come una piccola parte della vita mentale; e le promesse, e alcuni risultati, dell'intelligenza artificiale sembrano suggerire la possibilità di macchine coscienti e pensanti. Illustrate e discutete criticamente i principali aspetti di questi complessi dibattiti, motivandone la rilevanza per la discussione contemporanea.

LATINO

Nella poesia latina è il metro, oltre al contenuto, a definire il genere letterario. Il candidato illustri questa affermazione con opportuni riferimenti ad alcuni casi di studio.

GRECO

Tradurre e commentare il seguente passo di Strabone:

[1] Τῆς τοῦ φιλοσόφου πραγματείας εἶναι νομίζομεν, εἴπερ ἄλλην τινά, καί τὴν γεωγραφικὴν, ἣν νῦν προηγήμεθα ἐπισκοπεῖν. ὅτι δ' οὐ φαύλως νομίζομεν ἐκ πολλῶν δῆλον· οἱ τε γὰρ πρῶτοι θαρρήσαντες αὐτῆς ἄψασθαι τοιοῦτοί τινες ὑπῆρξαν, Ὅμηρος τε καὶ Ἀναξίμανδρος ὁ Μιλήσιος καὶ Ἐκαταῖος, ὁ πολίτης αὐτοῦ, καθὼς καὶ Ἐρατοσθένης φησί· καὶ Δημόκριτος δὲ καὶ Εὐδοξος καὶ Δικαίαρχος καὶ Ἐφορος καὶ ἄλλοι πλείους· ἔτι δὲ οἱ μετὰ τούτους, Ἐρατοσθένης τε καὶ Πολύβιος καὶ Ποσειδώνιος, ἄνδρες φιλόσοφοι. ἢ τε πολυμάθεια, δι' ἧς μόνης ἐφικέσθαι τοῦδε τοῦ ἔργου δυνατὸν, οὐκ ἄλλου τινός ἐστιν ἢ τοῦ τὰ θεῖα καὶ τὰ ἀνθρώπεια ἐπιβλέποντος, ὥνπερ τὴν φιλοσοφίαν ἐπιστήμην φασίν. ὥς δ' αὐτως καὶ ἡ ὠφέλεια ποικίλη τις οὔσα, ἡ μὲν πρὸς τὰ πολιτικὰ καὶ τὰς ἡγεμονικὰς πράξεις, ἡ δὲ πρὸς ἐπιστήμην τῶν τε οὐρανίων καὶ τῶν ἐπὶ γῆς καὶ θαλάττης ζώων καὶ φυτῶν καὶ καρπῶν καὶ τῶν ἄλλων ὅσα ἰδεῖν παρ' ἐκάστοις ἔστι, τὸν αὐτὸν ὑπογράφει ἄνδρα, τὸν φροντίζοντα τῆς περὶ τὸν βίον τέχνης καὶ εὐδαιμονίας.

[2] Ἀναλαβόντες δὲ καθ' ἕκαστον ἐπισκοπῶμεν τῶν εἰρημένων ἔτι μᾶλλον. καὶ πρῶτον ὅτι ὀρθῶς ὑπελήφμεν καὶ ἡμεῖς καὶ οἱ πρὸ ἡμῶν, ὧν ἐστι καὶ Ἴππαρχος, ἀρχηγέτην εἶναι τῆς γεωγραφικῆς ἐμπειρίας Ὅμηρον, ὃς οὐ μόνον ἐν τῇ κατὰ τὴν ποίησιν ἀρετῇ πάντας ὑπερβέβληται τοὺς πάλαι καὶ τοὺς ὕστερον, ἀλλὰ σχεδὸν τι καὶ τῇ κατὰ τὸν βίον ἐμπειρίᾳ τὸν



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

πολιτικόν, ἀφ' ἧς οὐ μόνον περὶ τὰς πράξεις ἐσπούδασεν ἐκεῖνος, ὅπως ὅτι πλείστας γνοίη καὶ παραδώσει τοῖς ὕστερον ἐσομένοις, ἀλλὰ καὶ τὰ περὶ τοὺς τόπους τοὺς τε καθ' ἕκαστα καὶ τοὺς κατὰ σύμπασαν τὴν οἰκουμένην γῆν τε καὶ θάλατταν· οὐ γὰρ ἂν μέχρι τῶν ἐσχάτων αὐτῆς περάτων ἀφίκετο τῇ μνήμῃ κύκλῳ περιῶν.

BIOLOGIA

Epidemie e pandemie. Impatto sulla società.

CHIMICA Tema

Si illustri anche con esempi in quali modi, oltre all'impiego di catalizzatori, è possibile modificare la velocità di una reazione chimica o elettrochimica.

CHIMICA Esercizi

1) La struttura molecolare di un composto $C_6H_{12}O_6$ presenta una catena lineare di 6 atomi C con una funzione aldeidica sul primo C e 5 ossidrili (OH) legati a ciascuno degli altri C. Si scriva la formula di struttura. Quanti isomeri presenta il composto? Di che isomeria si tratta? Un altro composto di formula bruta $C_6H_{12}O_6$, anch'esso a catena lineare, presenta invece la funzione carbonilica sul secondo C e ossidrili su ciascuno degli altri C. Si scriva la formula di struttura. Quanti isomeri presenta questo secondo composto?

2) Il cicloottatetraene è un idrocarburo ciclico con quattro doppi legami alternati. Si scriva la formula di struttura. È una molecola planare? È aromatica? Perché?

3) Quale è il pH di una soluzione acquosa 0.01 M (mol/L) di ammoniaca? Come cambia il pH diluendo la soluzione 1:100? Quale sostanza potrebbe essere aggiunta all'ammoniaca per formare una soluzione tampone?

4) Quale differenza C ed S spiega l'esistenza dell'anidride solforica e l'assenza del corrispondente composto di carbonio?

5) Un comune metodo di purificazione del rame (metallico) usa una cella di elettrolisi costituita da una soluzione acquosa 0.1 M (1 mol/L) di solfato rameico in cui sono immersi due elettrodi di rame metallico. L'elettrodo A è costituito dal metallo da raffinare, sull'elettrodo B si deposita il metallo raffinato. Operando con una corrente costante di 8 A, quanto tempo occorre per raffinare 100 g di rame? Quale deve essere l'elettrodo positivo? Operando con una corrente costante di 8 A, quanto tempo occorre per raffinare 100 g di rame?



Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol^{-1}): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16; Cu: 63.5. Per le varie costanti si usino i seguenti valori arrotondati: R (costante dei gas) = $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ oppure $0.0821 \text{ dm}^3 \text{ atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$; N_A (numero di Avogadro) = $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; e (modulo della carica dell'elettrone) = $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Per il pK_b dell'ammoniaca si usi il valore 4.8. Il potenziale standard di riduzione a metallo dello ione rameico è 0.34 V .

MATEMATICA

Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + \cos(2\pi\lambda_2(P))\sin(2\pi\lambda_3(P)) = 2.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano

$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - \lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P).$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.

1. Dimostrare che se $f(-3x) = f(3x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).
2. Dimostrare che se vale $f(-x-1) = -f(x+1)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(2x) + f'(-x)f(-2x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).
3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:

$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 2(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali di $3^{2x^2-7x+3} = 4^{x^2-x-6}$
2. Determinare il numero di radici reali distinte della seguente equazione

$$(((x^2 - 1)^2 - 2)^2 - 3)^2 = 4$$



Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita come segue
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n + 5} \end{cases}$$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $u_n > -1$ e che la successione è decrescente, ossia $u_n \leq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
2. Definiamo quindi la successione $v_n = \frac{3}{1+u_n}$. Mostrare che $\{v_n\}$ è una successione aritmetica di ragione 2, ossia che $v_n = v_0 + 2n$, per ogni $n \in \mathbb{N}$.
3. Sfruttando il risultato precedente calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Esercizio 5. Si consideri il seguente polinomio su \mathbb{R} ,

$$p(x) := a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

Si determinino i coefficienti in modo che $p(0) = 0$, $p(1) = 1$ e p abbia una radice doppia per $x = a \neq 0$. Per quali valori di a questo è possibile?

Esercizio 6. La funzione $f(x)$, definita per $x > 0$, ha valori positivi e soddisfa l'equazione
$$f(x) + f(y) = \frac{1}{f(xy)} \quad \forall x > 0 \quad y > 0.$$

1. Calcolare $f(1)$.
2. Calcolare $f(2)$.

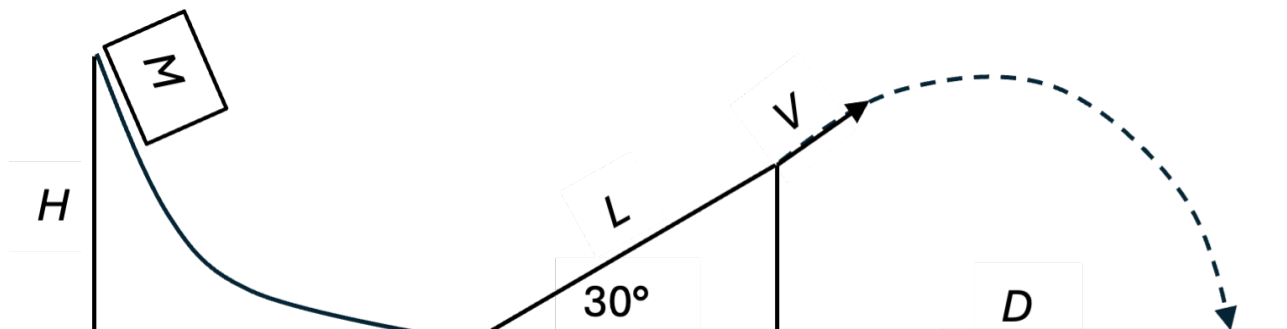
FISICA

ESERCIZIO 1

Un corpo di massa $M = 2$ kg scende senza attrito lungo una guida da un'altezza $H = 10$ m. Successivamente, risale lungo un piano senza attrito inclinato di 30° , lungo $L = 12$ m, per poi cadere.

Calcolare:

1. La velocità V con la quale lascia il piano inclinato.
2. La distanza D dal piano inclinato a cui cade.



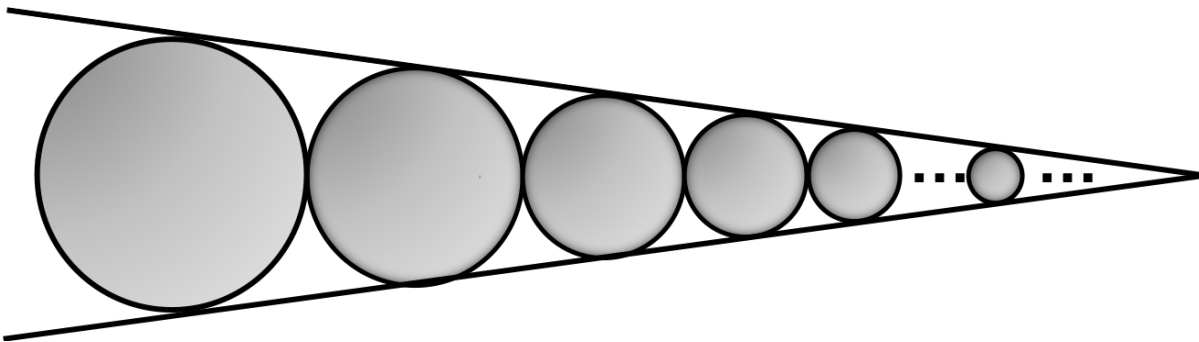


ESERCIZIO 2

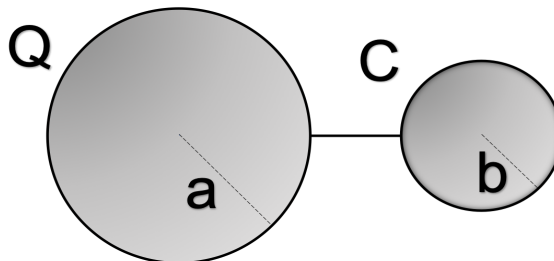
Un satellite artificiale, avente velocità $1.91 \cdot 10^4$ m/s quando è molto distante da un pianeta di massa M , possiede la velocità $3 \cdot 10^4$ m/s quando passa a distanza d dal centro del pianeta. Se lo stesso satellite descrivesse un'orbita circolare di raggio d attorno allo stesso pianeta, il moto avrebbe un periodo di $9.62 \cdot 10^3$ s. Si calcolino i valori di M e di d . Si consideri che la costante di gravitazione universale vale circa $6.67 \cdot 10^{-11}$ N \cdot m² / kg².

ESERCIZIO 3

Feynman suggerì che il campo elettrico di un oggetto conduttore appuntito può essere studiato nell'approssimazione di quello di più sfere allo stesso potenziale.



Consideriamone per semplicità solamente due: la sfera a sinistra ha raggio $a = 6$ cm e carica Q , la sfera più piccola—il cui raggio è $b = 3$ cm—ha una carica C . Il filo conduttore mantiene le sfere allo stesso potenziale e ha un'influenza trascurabile sui campi esterni. Quale sfera ha il campo più grande sulla sua superficie e di quanto?



La risposta corretta al quesito è un effetto noto come 'potere delle punte' ed ha numerose applicazioni pratiche: se ne discuta almeno una.

ESERCIZIO 4

Si ritenga che una persona a riposo trasferisca mediamente all'ambiente una potenza termica di 100 W e che in un teatro, contenente 1800 persone, l'impianto di condizionamento cessi di funzionare. Si assuma che le pareti esterne del teatro siano adiabatiche.

1. Si calcoli la variazione di energia interna dell'aria nel teatro dopo 15 minuti.
2. Qual è la variazione di energia interna per il sistema contenente aria e persone?
3. Quale strategia si potrebbe immaginare per fare in modo che l'energia interna dell'aria rimanga invariata?



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

ESERCIZIO 5

La legge di Stefan-Boltzmann afferma che la potenza P_s emessa per irraggiamento (emissione di onde elettromagnetiche) per unità di superficie da un cosiddetto corpo nero è funzione della temperatura T di quel corpo espressa in K e vale

$$P_s = \sigma \cdot T^4$$

dove la costante σ vale all'incirca $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{K}^4 \text{ m}^2)$.

Si tratti la superficie del sole come un emettitore di corpo nero sferico e si calcoli la sua temperatura sapendo che:

- il raggio del Sole è $6.95 \cdot 10^8 \text{ m}$;
- la radiazione elettromagnetica si propaga in modo isotropo attorno al sole e impiega 499 secondi a raggiungere la Terra;
- la potenza emessa dal sole che arriva perpendicolarmente sulla Terra per unità di superficie, trascurando l'assorbimento atmosferico, ha un valore medio durante l'anno di $1.367 \cdot 10^3 \text{ W}/\text{m}^2$ ("costante solare").

**Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS
a.a. 2025/2026
Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025**

TRACCIA 1

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo la canzone *Al cor gentil rempaira sempre amore* di Guido Guinizelli

Al cor gentil rempaira sempre amore
come l'ausello in selva a la verdura;
né fe' amor anti che gentil core,
né gentil core anti ch'amor, natura:
ch'adesso con' fu 'l sole,
sì tosto lo splendore fu lucente,
né fu davanti 'l sole;
e prende amore in gentilezza loco
così propiamente
come calore in clarità di foco.

Foco d'amore in gentil cor s'aprende
come vertute in petra preziosa,
che da la stella valor no i discende
anti che 'l sol la faccia gentil cosa;
poi che n'ha tratto fòre
per sua forza lo sol ciò che li è vile,
stella li dà valore:
così lo cor ch'è fatto da natura
asletto, pur, gentile,
donna a guisa di stella lo 'nnamora.

Amor per tal ragion sta 'n cor gentile
per qual lo foco in cima del doplero:
splendeli al su' diletto, clar, sottile;
no li stari' altra guisa, tant'è fero.
Così prava natura

recontra amor come fa l'aigua il foco
caldo, per la freddura.
Amore in gentil cor prende rivera
per suo consimel loco
com' adamàs del ferro in la minera.

Fere lo sol lo fango tutto 'l giorno:
vile reman, né 'l sol perde calore;
dis'omo alter: «Gentil per sclatta torno»;
lui semblo al fango, al sol gentil valore:
ché non dé dar om fé
che gentilezza sia fòr di coraggio
in dignità d'ere'
sed a vertute non ha gentil core,
com'aigua porta raggio
e 'l ciel riten le stelle e lo splendore.

Splende 'n la 'ntelligenzia del cielo
Deo criator più che ['n] nostr'occhi 'l sole:
ella intende suo fattor oltra 'l cielo,
e 'l ciel volgiando, a Lui obedir tole;
e con' segue, al primero,
del giusto Deo beato compimento,
così dar dovria, al vero,
la bella donna, poi che ['n] gli occhi splende
del suo gentil, talento
che mai di lei obedir non si disprende.

Donna, Deo mi dirà: «Che presomisti?»,
siando l'alma mia a lui davanti.
«Lo ciel passasti e 'nfin a Me venisti
e desti in vano amor Me per semblanti:
ch'a Me conven le laude
e a la reina del regname degno,
per cui cessa onne fraude».
Dir Li porò: «Tenne d'angel sembianza
che fosse del Tuo regno;
non me fu fallo, s'in lei posi amanza».



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

STORIA

Quando, dove, come e perché siamo andati in Africa? Miti e realtà dell'ambizione coloniale e imperiale italiana.

FILOSOFIA

Secondo Cartesio l'io è un'anima immateriale, la mente coincide con la coscienza, e nessuna macchina può essere cosciente o riprodurre la creatività della mente umana. Messo in discussione già nell'età moderna, e secondo diverse prospettive, da filosofi quali Locke, Leibniz, Hume e Kant, il modello cartesiano è oggi da molti considerato del tutto superato. Per il dominante materialismo, anzitutto, le anime non esistono; almeno a partire da Freud, poi, la coscienza è vista come una piccola parte della vita mentale; e le promesse, e alcuni risultati, dell'intelligenza artificiale sembrano suggerire la possibilità di macchine coscienti e pensanti. Illustrate e discutete criticamente i principali aspetti di questi complessi dibattiti, motivandone la rilevanza per la discussione contemporanea.

LATINO

Nella poesia latina è il metro, oltre al contenuto, a definire il genere letterario. Il candidato illustri questa affermazione con opportuni riferimenti ad alcuni casi di studio.

GRECO

Tradurre e commentare il seguente passo di Strabone:

[1] Τῆς τοῦ φιλοσόφου πραγματείας εἶναι νομίζομεν, εἴπερ ἄλλην τινά, καὶ τὴν γεωγραφικὴν, ἣν νῦν προηγήμεθα ἐπισκοπεῖν. ὅτι δ' οὐ φαύλως νομίζομεν ἐκ πολλῶν δῆλον· οἳ τε γὰρ πρῶτοι θαρρήσαντες αὐτῆς ἄψασθαι τοιοῦτοί τινες ὑπῆρξαν, Ὅμηρός τε καὶ



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Ἀναξίμανδρος ὁ Μιλήσιος καὶ Ἐκαταῖος, ὁ πολίτης αὐτοῦ, καθὼς καὶ Ἐρατοσθένης φησί· καὶ Δημόκριτος δὲ καὶ Εὐδοξος καὶ Δικαίαρχος καὶ Ἔφορος καὶ ἄλλοι πλείους· ἔτι δὲ οἱ μετὰ τούτους, Ἐρατοσθένης τε καὶ Πολύβιος καὶ Ποσειδώνιος, ἄνδρες φιλόσοφοι. ἢ τε πολυμάθεια, δι' ἧς μόνης ἐφικέσθαι τοῦδε τοῦ ἔργου δυνατόν, οὐκ ἄλλου τινός ἐστιν ἢ τοῦ τὰ θεῖα καὶ τὰ ἀνθρώπεια ἐπιβλέποντος, ὧν περὶ τὴν φιλοσοφίαν ἐπιστήμην φασίν. ὡς δ' αὐτως καὶ ἡ ὠφέλεια ποικίλη τις οὔσα, ἢ μὲν πρὸς τὰ πολιτικὰ καὶ τὰς ἡγεμονικὰς πράξεις, ἢ δὲ πρὸς ἐπιστήμην τῶν τε οὐρανίων καὶ τῶν ἐπὶ γῆς καὶ θαλάττης ζῶων καὶ φυτῶν καὶ καρπῶν καὶ τῶν ἄλλων ὅσα ἰδεῖν παρ' ἐκάστοις ἔστι, τὸν αὐτὸν ὑπογράφει ἄνδρα, τὸν φροντίζοντα τῆς περὶ τὸν βίον τέχνης καὶ εὐδαιμονίας.

[2] Ἀναλαβόντες δὲ καθ' ἕκαστον ἐπισκοπῶμεν τῶν εἰρημένων ἔτι μᾶλλον. καὶ πρῶτον ὅτι ὀρθῶς ὑπειλήφαμεν καὶ ἡμεῖς καὶ οἱ πρὸ ἡμῶν, ὧν ἐστι καὶ Ἴππαρχος, ἀρχηγέτην εἶναι τῆς γεωγραφικῆς ἐμπειρίας Ὅμηρον, ὃς οὐ μόνον ἐν τῇ κατὰ τὴν ποίησιν ἀρετῇ πάντας ὑπερβέβληται τοὺς πάλαι καὶ τοὺς ὕστερον, ἀλλὰ σχεδόν τι καὶ τῇ κατὰ τὸν βίον ἐμπειρία τὸν πολιτικόν, ἀφ' ἧς οὐ μόνον περὶ τὰς πράξεις ἐσπούδασεν ἐκεῖνος, ὅπως ὅτι πλείστας γνοίη καὶ παραδώσει τοῖς ὕστερον ἐσομένοις, ἀλλὰ καὶ τὰ περὶ τοὺς τόπους τοὺς τε καθ' ἕκαστα καὶ τοὺς κατὰ σύμπασαν τὴν οἰκουμένην γῆν τε καὶ θάλατταν· οὐ γὰρ ἂν μέχρι τῶν ἐσχάτων αὐτῆς περάτων ἀφίκετο τῇ μνήμῃ κύκλω περιιῶν.

BIOLOGIA

Epidemie e pandemie. Impatto sulla società.

CHIMICA Tema

Si illustri anche con esempi in quali modi, oltre all'impiego di catalizzatori, è possibile modificare la velocità di una reazione chimica o elettrochimica.



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

CHIMICA Esercizi

1) La struttura molecolare di un composto $C_6H_{12}O_6$ presenta una catena lineare di 6 atomi C con una funzione aldeidica sul primo C e 5 ossidrili (OH) legati a ciascuno degli altri C. Si scriva la formula di struttura. Quanti isomeri presenta il composto? Di che isomeria si tratta? Un altro composto di formula bruta $C_6H_{12}O_6$, anch'esso a catena lineare, presenta invece la funzione carbonilica sul secondo C e ossidrili su ciascuno degli altri C. Si scriva la formula di struttura. Quanti isomeri presenta questo secondo composto?

2) Il cicloottatetraene è un idrocarburo ciclico con quattro doppi legami alternati. Si scriva la formula di struttura. È una molecola planare? È aromatica? Perché?

3) Quale è il pH di una soluzione acquosa 0.01 M (mol/L) di ammoniaca? Come cambia il pH diluendo la soluzione 1:100? Quale sostanza potrebbe essere aggiunta all'ammoniaca per formare una soluzione tampone?

4) Quale differenza C ed S spiega l'esistenza dell'anidride solforica e l'assenza del corrispondente composto di carbonio?

5) Un comune metodo di purificazione del rame (metallico) usa una cella di elettrolisi costituita da una soluzione acquosa 0.1 M (1 mol/L) di solfato rameico in cui sono immersi due elettrodi di rame metallico. L'elettrodo A è costituito dal metallo da raffinare, sull'elettrodo B si deposita il metallo raffinato. Operando con una corrente costante di 8 A, quanto tempo occorre per raffinare 100 g di rame? Quale deve essere l'elettrodo positivo? Operando con una corrente costante di 8 A, quanto tempo occorre per raffinare 100 g di rame?

Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol⁻¹): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16; Cu: 63.5. Per le varie costanti si usino i seguenti valori arrotondati: R (costante dei gas) = 8.31 J K⁻¹ mol⁻¹ oppure 0.0821 dm³ atm K⁻¹ mol⁻¹; N_A (numero di Avogadro) = 6. 10²³ mol⁻¹; e



(modulo della carica dell'elettrone) = $1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Per il pK_b dell'ammoniaca si usi il valore 4.8. Il potenziale standard di riduzione a metallo dello ione rameico è 0.34 V.

MATEMATICA

Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3) / \text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1) / \text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2) / \text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + \cos(2\pi\lambda_2(P))\sin(2\pi\lambda_3(P)) = 2.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano

$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - \lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P).$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.

1. Dimostrare che se $f(-3x) = f(3x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).

2. Dimostrare che se vale $f(-x - 1) = -f(x + 1)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(2x) + f'(-x)f(-2x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).

3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:



$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 2(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali di $3^{2x^2-7x+3} = 4^{x^2-x-6}$
2. Determinare il numero di radici reali distinte della seguente equazione

$$(((x^2 - 1)^2 - 2)^2 - 3)^2 = 4$$

Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita

come segue
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n + 5} \end{cases}$$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $u_n > -1$ e che la successione è decrescente, ossia $u_n \leq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
2. Definiamo quindi la successione $v_n = \frac{3}{1+u_n}$. Mostrare che $\{v_n\}$ è una successione aritmetica di ragione 2, ossia che $v_n = v_0 + 2n$, per ogni $n \in \mathbb{N}$.
3. Sfruttando il risultato precedente calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Esercizio 5. Si consideri il seguente polinomio su \mathbb{R} ,

$$p(x) := a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

Si determinino i coefficienti in modo che $p(0) = 0$, $p(1) = 1$ e p abbia una radice doppia per $x = a \neq 0$. Per quali valori di a questo è possibile?

Esercizio 6. La funzione $f(x)$, definita per $x > 0$, ha valori positivi e

soddisfa l'equazione $f(x) + f(y) = \frac{1}{f(xy)} \quad \forall x > 0 \quad y > 0.$

1. Calcolare $f(1)$.
2. Calcolare $f(2)$.



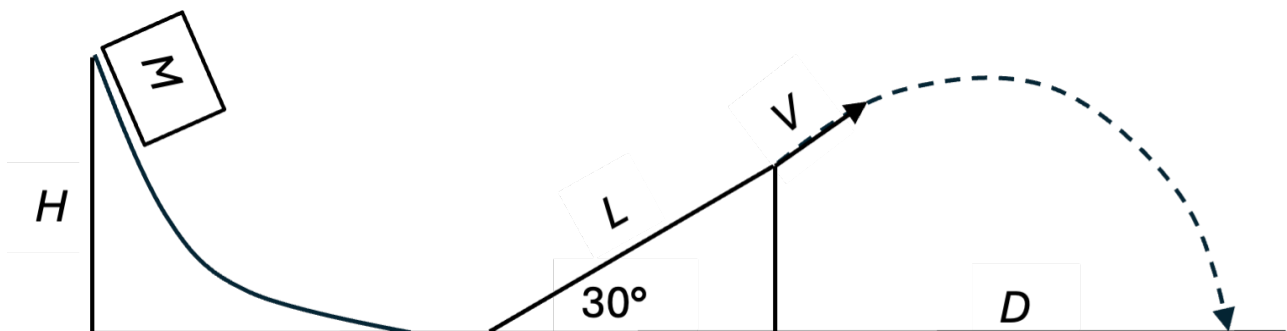
FISICA

ESERCIZIO 1

Un corpo di massa $M = 2$ kg scende senza attrito lungo una guida da un'altezza $H = 10$ m. Successivamente, risale lungo un piano senza attrito inclinato di 30° , lungo $L = 12$ m, per poi cadere.

Calcolare:

1. La velocità V con la quale lascia il piano inclinato.
2. La distanza D dal piano inclinato a cui cade.

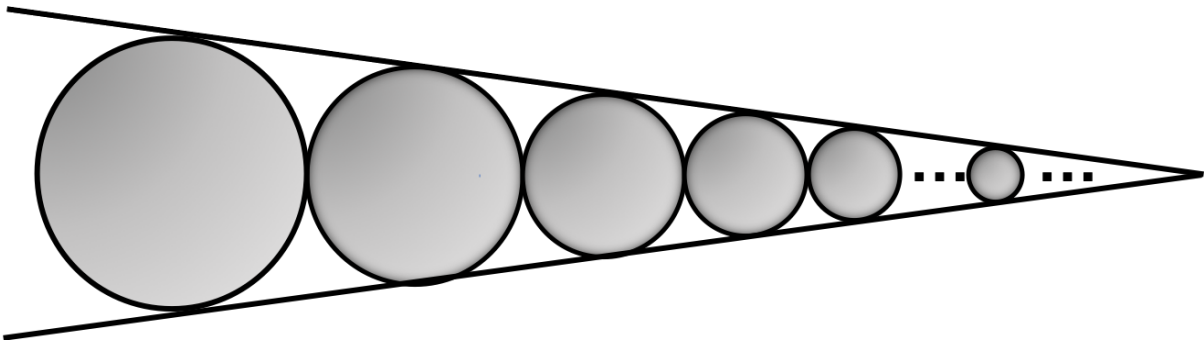


ESERCIZIO 2

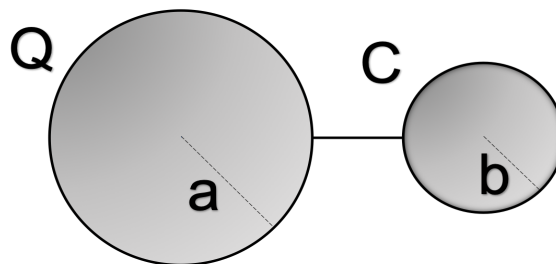
Un satellite artificiale, avente velocità $1.91 \cdot 10^4$ m/s quando è molto distante da un pianeta di massa M , possiede la velocità $3 \cdot 10^4$ m/s quando passa a distanza d dal centro del pianeta. Se lo stesso satellite descrivesse un'orbita circolare di raggio d attorno allo stesso pianeta, il moto avrebbe un periodo di $9.62 \cdot 10^3$ s. Si calcolino i valori di M e di d . Si consideri che la costante di gravitazione universale vale circa $6.67 \cdot 10^{-11}$ N \cdot m² / kg².

ESERCIZIO 3

Feynman suggerì che il campo elettrico di un oggetto conduttore appuntito può essere studiato nell'approssimazione di quello di più sfere allo stesso potenziale.



Consideriamone per semplicità solamente due: la sfera a sinistra ha raggio $a = 6$ cm e carica Q , la sfera più piccola—il cui raggio è $b = 3$ cm—ha una carica C . Il filo conduttore mantiene le sfere allo stesso potenziale e ha un'influenza trascurabile sui campi esterni. Quale sfera ha il campo più grande sulla sua superficie e di quanto?



La risposta corretta al quesito è un effetto noto come 'potere delle punte' ed ha numerose applicazioni pratiche: se ne discuta almeno una.

ESERCIZIO 4

Si ritenga che una persona a riposo trasferisca mediamente all'ambiente una potenza termica di 100 W e che in un teatro, contenente 1800 persone, l'impianto di condizionamento cessi di funzionare. Si assuma che le pareti esterne del teatro siano adiabatiche.

1. Si calcoli la variazione di energia interna dell'aria nel teatro dopo 15 minuti.
2. Qual è la variazione di energia interna per il sistema contenente aria e persone?
3. Quale strategia si potrebbe immaginare per fare in modo che l'energia interna dell'aria rimanga invariata?



ESERCIZIO 5

La legge di Stefan-Boltzmann afferma che la potenza P_s emessa per irraggiamento (emissione di onde elettromagnetiche) per unità di superficie da un cosiddetto corpo nero è funzione della temperatura T di quel corpo espressa in K e vale

$$P_s = \sigma \cdot T^4$$

dove la costante σ vale all'incirca $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{K}^4 \text{ m}^2)$.

Si tratti la superficie del sole come un emettitore di corpo nero sferico e si calcoli la sua temperatura sapendo che:

- il raggio del Sole è $6.95 \cdot 10^8 \text{ m}$;
- la radiazione elettromagnetica si propaga in modo isotropo attorno al sole e impiega 499 secondi a raggiungere la Terra;
- la potenza emessa dal sole che arriva perpendicolarmente sulla Terra per unità di superficie, trascurando l'assorbimento atmosferico, ha un valore medio durante l'anno di $1.367 \cdot 10^3 \text{ W}/\text{m}^2$ ("costante solare").

Concorso di ammissione ai Corsi ordinari della Scuola IUSS

a.a. 2025/2026

Tracce delle prove scritte 4 settembre 2025

TRACCIA 2

ITALIANO

Si analizzi e commenti dai punti di vista formale, tematico, storico-letterario e interpretativo il seguente passo tratto dai *Sepolcri* di Ugo Foscolo (vv. 91-150).

Dal dì che nozze e tribunali ed are
Dier alle umane belve esser pietose
Di sé stesse e d'altrui, toglieano i vivi
All'etere maligno ed alle fere
I miserandi avanzi che Natura
Con veci eterne a sensi altri destina.
Testimonianza a' fasti eran le tombe,
Ed are a' figli; e uscian quindi i responsi
De' domestici Lari, e fu temuto
Su la polve degli avi il giuramento:
Religion che con diversi riti
Le virtù patrie e la pietà congiunta
Tradussero per lungo ordine d'anni.
Non sempre i sassi sepolcrali a' templi
Fean pavimento; né agl'incensi avvolto
De' cadaveri il lezzo i supplicanti
Contaminò, né le città fur meste
D'effigiati scheletri: le madri
Balzan ne' sonni esterrefatte, e tendono
Nude le braccia su l'amato capo
Del lor caro lattante onde nol desti
Il gemer lungo di persona morta
Chiedente la venal prece agli eredi
Dal santuario. Ma cipressi e cedri
Di puri effluvj i zefiri impregnando
Perenne verde protendean su l'urne
Per memoria perenne, e preziosi
Vasi accogliean le lagrime votive.
Rapian gli amici una favilla al Sole
A illuminar la sotterranea notte
Perché gli occhi dell'uom cercan morendo
Il Sole; e tutti l'ultimo sospiro
Mandano i petti alla fuggente luce.
Le fontane versando acque lustrali
Amaranti educavano e viole

Su la funebre zolla; e chi sedea
A libar latte e a raccontar sue pene
Ai cari estinti, una fragranza intorno
Sentía qual d'aura de' beati Elisi.
Pietosa insania che fa cari gli orti
De' suburbani avelli alle britanne
Vergini dove le conduce amore
Della perdita madre, ove clementi
Pregaro i Genj del ritorno al prode
Che tronca fe' la trionfata nave
Del maggior pino, e si scavò la bara.
Ma ove dorme il furor d'inclite geste
E sien ministri al vivere civile
L'opulenza e il tremore, inutil pompa
E inaugurate immagini dell'Orco
Sorgon cippi e marmorei monumenti.
Già il dotto e il ricco ed il patrizio vulgo,
Decoro e mente al bello Italo regno,
Nelle adulate reggie ha sepoltura
Già vivo, e i stemmi unica laude. A noi
Morte apparecchi riposato albergo
Ove una volta la fortuna cessi
Dalle vendette, e l'amistà raccolga
Non di tesori eredità, ma caldi
Sensi e di liberal carne l'esempio.



STORIA

«Spostarsi sul territorio è una prerogativa dell'essere umano e un fenomeno costitutivo delle società»
Il candidato discuta questa affermazione del demografo Massimo Livi Bacci scegliendo nella storia delle migrazioni del passato un caso specifico di cui analizzare caratteristiche, cause, conseguenze e interpretazioni.

FILOSOFIA

Il candidato/la candidata prenda posizione sul dibattito se la storia della filosofia sia da considerarsi una disciplina principalmente storica o filosofica, argomentando con riferimenti pertinenti. A titolo esemplificativo, si potranno contrastare le posizioni di autori come Kant e Hegel, o ragionare a partire da esempi di storie della filosofia marcatamente diverse, dalle dossografie antiche (ad esempio Aristotele), al modo in cui autori moderni presentano il pensiero dei propri predecessori (Bacon, Cartesio), fino ad arrivare ad approcci contemporanei (Bertrand Russell).

LATINO

Tradurre e commentare il seguente passo di Virgilio:

Sed neque Medorum siluae, ditissima terra, 136
nec pulcher Ganges atque auro turbidus Hermus
laudibus Italiae certent, non Bactra neque Indi
totaque turiferis Panchaia pinguis harenis.

[...]

Hic uer adsiduum atque alienis mensibus aestas: 150
bis grauidae pecudes, bis pomis utilis arbor.

At rabidae tigres absunt et saeua leonum
semina, nec miseros fallunt aconita legentis,
nec rapit immensos orbis per humum neque tanto
squameus in spiram tractu se colligit anguis.

Adde tot egregias urbes operumque laborem, 155
tot congesta manu praeruptis oppida saxis
fluminaque antiquos subter labentia muros.

An mare quod supra memorem, quodque adluit infra?
anne lacus tantos? Te, Lari maxime, teque,
fluctibus et fremitu adsurgens Benace marino? 160

[...]

Haec genus acre uirum, Marsos pubemque Sabellam
adsuetumque malo Ligurem Volcosque uerutos
extulit, haec Decios Marios magnosque Camillos,



IUSS

Scuola Universitaria Superiore Pavia

Scipiadas duos bello et te, maxime Caesar, 170
qui nunc extremis Asiae iam uictor in oris
imbellem auertis Romanis arcibus Indum.

Salve, magna parens frugum, Saturnia tellus,
magna uirum: tibi res antiquae laudis et artem 175
ingredior sanctos ausus recludere fontis,
Ascraeumque cano Romana per oppida carmen.

GRECO

Il romanzo greco antico come “genere” letterario fuori dal canone. Testi, autori, questioni critiche.

BIOLOGIA

Cambiamenti strutturali e funzionali indotti a livello cellulare dall'esposizione ad agenti esogeni (chimici e biologici). Il/La candidato/a illustri, attraverso esempi, i meccanismi e l'importanza che queste interazioni rivestono in campo biomedico.

CHIMICA Tema

Si illustrino le principali caratteristiche dei diversi stati di aggregazione della materia quali struttura, proprietà, legami costitutivi, reattività.

CHIMICA Esercizi

1) Un composto ciclico di formula bruta C_6H_{10} reagisce con bromo (Br_2) in condizioni blande per formare un composto che contiene due atomi di bromo. Si scriva la formula di struttura del/dei prodotti e si spieghino le eventuali implicazioni stereochimiche della reazione.

2) In un recipiente di 0.005 m^3 termostato a $20\text{ }^\circ\text{C}$ vengono introdotti 10 grammi di un idrocarburo gassoso e si misura una pressione 1.6 atm: si calcoli la massa molare della sostanza considerando ideale il comportamento della sostanza gassosa. Di quale idrocarburo si tratta?

3) Dato un dibromo alcano di formula bruta $C_4H_8Br_2$, si disegnino due possibili stereoisomeri di cui uno otticamente attivo ed uno otticamente inattivo. Si spieghi il motivo del loro comportamento ottico e si suggerisca una sintesi a partire da bromo molecolare ed un idrocarburo a quattro atomi di carbonio.

4) Si confrontino le emissioni di anidride carbonica prodotte dalla combustione di metano, benzina e gasolio a parità di resa energetica. Per i poteri calorifici dei tre combustibili si usino, rispettivamente, i valori di 50, 43.5 e 44.5 MJ/kg e, per semplicità, si assuma che la benzina sia costituita esclusivamente da ottani e il gasolio da $C_{16}H_{34}$.



5) Data una soluzione acquosa di NaOH alla concentrazione di 0.01 moli/L a 25°C, si indichi come cambia il pH se la soluzione viene ripetutamente diluita con acqua pura portandola ogni volta a un volume dieci volte maggiore? Si considerino, ad esempio, 2, 3, 6 diluizioni. Cambia (o no) il pH se invece la soluzione originale viene riscaldata da 25°C a 35°C? (Se sì: come cambia?)

Si usino i seguenti valori arrotondati per i pesi atomici (masse atomiche, in g mol⁻¹): H: 1; C: 12; N: 14; O: 16. Per la costante dei gas (tipicamente indicata con R e corrispondente al prodotto della costante di Boltzmann k per la costante di Avogadro N_A) si usi 8.31 J K⁻¹ mol⁻¹ oppure 0.0821 dm³ atm K⁻¹ mol⁻¹. Il potere calorifico di un combustibile è la quantità di energia prodotta sotto forma di calore nella combustione completa con ossigeno.

MATEMATICA

Esercizio 1. Sia $A_1A_2A_3$ un triangolo equilatero e sia P un suo punto interno. I segmenti PA_1 , PA_2 e PA_3 individuano una suddivisione del triangolo in tre sottotriangoli: PA_2A_3 , PA_3A_1 e PA_1A_2 . Si denoti con

$$\begin{cases} \lambda_1(P) = \text{Area}(PA_2A_3)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_2(P) = \text{Area}(PA_3A_1)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \\ \lambda_3(P) = \text{Area}(PA_1A_2)/\text{Area}(A_1A_2A_3) \end{cases}.$$

1. Si dimostri che non esiste alcun punto P tale che valga:

$$\lambda_1(P) + 2\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 3.$$

2. Determinare il numero dei punti P interni al triangolo $A_1A_2A_3$ che soddisfano

$$\begin{cases} \lambda_2(P) - \lambda_3(P) = 0 \\ \lambda_1(P) - 2\lambda_2(P)\lambda_3(P) = 0. \end{cases}$$

3. Si determini il punto P che rende massima la quantità

$$e^{\lambda_1(P)\lambda_2(P)\lambda_3(P)}.$$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione monotona crescente (cioè $f(x) \leq f(y)$ per ogni coppia $x, y \in \mathbf{R}$ tale che $x \leq y$), ovunque derivabile e tale che la funzione derivata

$f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sia ovunque continua.

1. Dimostrare che se $f(-2x) = f(2x)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora f è una funzione costante. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di derivabilità non è necessaria).

2. Dimostrare che se vale $f(-x-3) = -f(x+3)$ per ogni $x \in \mathbf{R}$, allora vale anche $f'(x)f(4x) + f'(-x)f(-4x) = 0$ per ogni $x \in \mathbf{R}$. (N.B.: per questo punto l'ipotesi di monotonia non è necessaria).

3. Dimostrare che è falsa la seguente proprietà:

$$(f'(x) - f'(y))(x - y) \geq 3(x - y)^2 \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$



Esercizio 3. Si risolvano i seguenti problemi.

1. Trovare tutte le soluzioni reali della seguente equazione $27^x = -x$
2. Determinare $x \in \mathbb{R}$ soluzione della seguente equazione

$$(x^2 - 9x + 13)^{x^2 - 6x + 1} = -1.$$

Esercizio 4. Si consideri la successione numerica $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita come segue $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n + 5} \end{cases}$

1. Mostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $u_n > -1$ e che la successione è decrescente, ossia che $u_n \leq u_{n-1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
2. Definiamo la successione $\{v_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ come $v_n = \frac{6}{1+u_n}$. Mostrare che v_n è una successione aritmetica di ragione 4, ossia che $v_n = v_0 + 4n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
3. Definiamo quindi la successione $w_n = e^{3-v_n}$. Mostrare che $\{w_n\}$ è una successione geometrica di ragione e^{-4} , ossia che $w_n = w_0 e^{-4n}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 5. La funzione f è definita da

$$f(x) := 6\sin^2 x + 5\cos x + 4.$$

1. Determinare il massimo di f nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi$ senza ricorrere al calcolo differenziale.
2. Dire se il massimo è attinto in più di un punto dell'intervallo $0 < x < \pi$.

Esercizio 6. Il polinomio $p(x)$ è definito su \mathbb{R} da

$$p(x) := x^4 - k^2 x^2 + 2kx - 1 \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

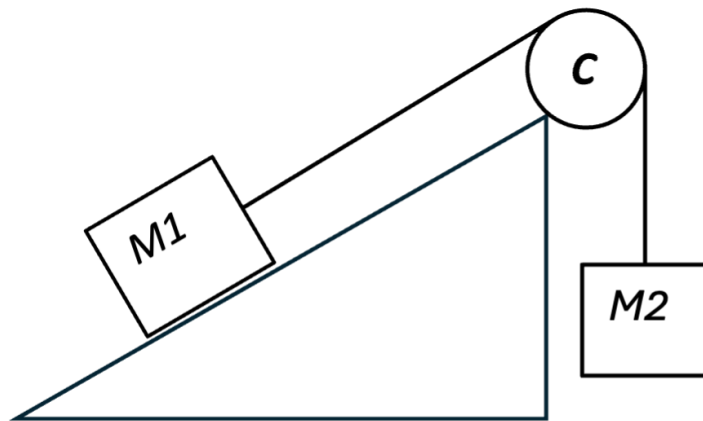
1. Esistono valori di k per i quali p ha soltanto due radici reali?
2. Determinare il numero delle radici reali di p al variare di k .

FISICA

ESERCIZIO 1

Su un piano inclinato di 30° si trova una massa $M_1 = 8$ kg collegata mediante una carrucola di massa $M_C = 0.1$ kg e raggio $R_C = 0.1$ m a un'altra massa $M_2 = 3$ kg che può scendere lungo la verticale.

1. Calcolare l'accelerazione con la quale si muove il sistema.
2. Se, quando il sistema è in movimento, la carrucola fosse soggetta a una forza di attrito costante $F_C = 0.05$ N dovuta allo strisciamento della sua superficie contro il piano inclinato, quale sarebbe il nuovo valore dell'accelerazione?

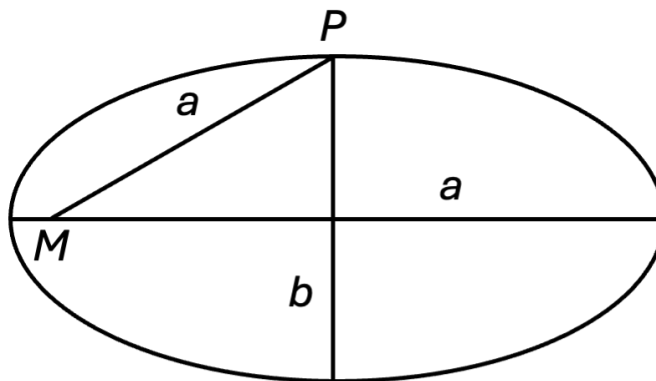


ESERCIZIO 2

Un pianeta di massa m compie un'orbita ellittica attorno a una stella di massa $M = 10^{31}$ kg. L'ellisse ha semiasse maggiore $a = 4 \cdot 10^{11}$ m e semiasse minore $b = 2 \cdot 10^{11}$ m. Quando il pianeta transita nel punto P in figura, la sua distanza dalla stella è pari ad a , per una nota proprietà delle ellissi.

Determinare in tale punto P :

1. l'accelerazione del pianeta.
2. la componente normale di tale accelerazione.
3. la velocità del pianeta.



ESERCIZIO 3

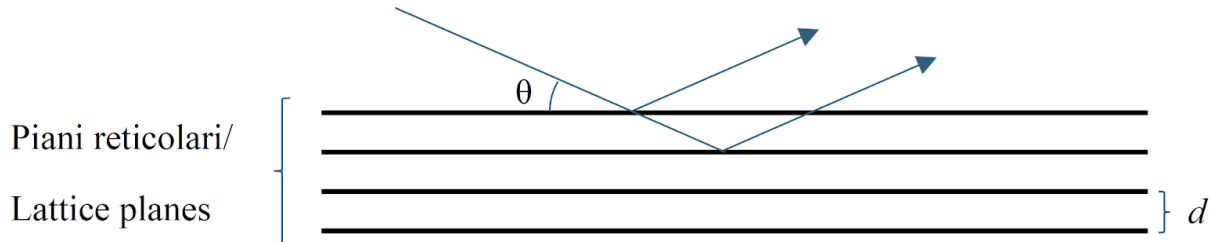
La bombola di un sommozzatore in immersione alla profondità h emette una bolla sferica di raggio $r_i = 2$ mm. L'aria contenuta dalla bolla sia descrivibile come un gas perfetto; si assuma inoltre che, nella risalita verso la superficie, la bolla si mantenga sferica e sempre alla stessa temperatura. Se vicino alla superficie la pressione è $P_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Pa e il raggio della bolla è $r_f = 3$ mm, a che profondità si trova il sommozzatore? Si assuma il valore $\rho = 10^3$ kg/m³ per la densità dell'acqua.

ESERCIZIO 4

Le strutture cristallografiche dei solidi sono convenzionalmente determinate facendo incidere radiazione elettromagnetica sul materiale in esame. Il processo può essere schematizzato pensando il cristallo come composto da "piani reticolari" paralleli tra loro e contenenti tutti gli atomi che costituiscono il materiale. Il fascio di radiazione incidente è parzialmente riflesso dal piano reticolare più esterno e poi riflesso anche dal piano reticolare successivo (si veda lo schema). Sotto quali condizioni per la lunghezza d'onda λ della radiazione incidente, dell'angolo di incidenza θ e della distanza tra i piani d si ha interferenza costruttiva tra i due fasci riflessi? Si scriva tale condizione



sotto forma di equazione. Quale disuguaglianza tra λ e d definisce l'osservabilità dell'interferenza costruttiva? Considerando che un valore tipico per d è $2 \cdot 10^{-8}$ cm, quale corrispondente ordine di grandezza ha la frequenza della radiazione elettromagnetica? In che sezione dello spettro elettromagnetico si colloca? Nello svolgimento, si ricordi che $\cos(2\theta) = 1 - 2 \cdot \sin^2(\theta)$.



ESERCIZIO 5

Si considerino due griglie metalliche (indicate con 1 e 2) piane e parallele, distanti tra loro 4 cm, con estensione tale da trascurare effetti di bordo e mantenute a una differenza di potenziale costante $\Delta V = V_1 - V_2 > 0$. Tali griglie sono immerse in un campo di induzione magnetica $B = 0.8$ T statico e uniforme le cui linee di campo sono parallele alle griglie. Nello spazio compreso tra le griglie il campo B è nullo. All'istante iniziale del processo studiato, un protone si trova sulla superficie della griglia 1, nel punto P , con velocità perpendicolare alla griglia e diretta verso la griglia 2. Dopo $1.22 \cdot 10^{-7}$ s il protone si trova ancora sulla superficie della griglia 1, questa volta nel punto Q , con velocità identica in modulo, direzione e verso rispetto alla situazione all'istante iniziale. La distanza tra P e Q è di 5.2 cm. Si descriva il moto compiuto dal protone nel lasso di tempo considerato, si calcolino i moduli delle velocità nelle regioni con campo B non nullo, e si calcoli la differenza di potenziale ΔV . Si ricordi che la carica del protone vale $1.602 \cdot 10^{-19}$ C mentre la massa del protone vale $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.